

# Modelmatig schatten

Kleinedomeinschatters op basis van  
structurele tijdreeksmodellen voor  
een roterend panelontwerp

*Jan van den Brakel en Sabine Krieg*

**Statistische Methoden (10008)**



## Verklaring van tekens

.	= gegevens ontbreken
*	= voorlopig cijfer
**	= nader voorlopig cijfer
x	= geheim
–	= nihil
–	= (indien voorkomend tussen twee getallen) tot en met
0 (0,0)	= het getal is kleiner dan de helft van de gekozen eenheid
niets (blank)	= een cijfer kan op logische gronden niet voorkomen
2008–2009	= 2008 tot en met 2009
2008/2009	= het gemiddelde over de jaren 2008 tot en met 2009
2008/'09	= oogstjaar, boekjaar, schooljaar enz., beginnend in 2008 en eindigend in 2009
2006/'07–2008/'09	= oogstjaar, boekjaar enz., 2006/'07 tot en met 2008/'09

In geval van afronding kan het voorkomen dat het weergegeven totaal niet overeenstemt met de som van de getallen.

## Colofon

*Uitgever*  
Centraal Bureau voor de Statistiek  
Henri Faasdreef 312  
2492 JP Den Haag

*Prepress*  
Centraal Bureau voor de Statistiek - Grafimedia

*Omslag*  
TelDesign, Rotterdam

*Inlichtingen*  
Tel. (088) 570 70 70  
Fax (070) 337 59 94  
Via contactformulier: [www.cbs.nl/infoservice](http://www.cbs.nl/infoservice)

*Bestellingen*  
E-mail: [verkoop@cbs.nl](mailto:verkoop@cbs.nl)  
Fax (045) 570 62 68

*Internet*  
[www.cbs.nl](http://www.cbs.nl)

ISSN: 1876-0333

© Centraal Bureau voor de Statistiek, Voorburg/Heerlen, 2010.  
Vereenvoudiging is toegestaan, mits het CBS als bron wordt vermeld.

## Inhoudsopgave

1.	Inleiding op het thema .....	4
1.1	Algemene beschrijving en leeswijzer .....	4
1.2	Afbakening en relatie met andere thema's .....	4
1.3	Plaats in het statistisch proces .....	5
1.4	Definities en afkortingen .....	5
2.	Structureel tijdreeksmodel voor een roterend panelontwerp .....	6
2.1	Korte beschrijving .....	6
2.2	Toepasbaarheid.....	7
2.3	Uitgebreide beschrijving .....	7
2.4	Voorbeeld: schatten van maandcijfers over de beroepsbevolking .....	15
2.5	Generalisatie van de methode.....	20
2.6	Kwaliteitsindicatoren.....	23
3.	Afsluiting .....	25
4.	Literatuur .....	26

## **1. Inleiding op het thema**

### **1.1 Algemene beschrijving en leeswijzer**

Roterende panelonderzoeken hebben als voordeel dat relatief goedkoop extra steekproefmassa beschikbaar komt. Daarnaast worden door de panelstructuur extra analyses mogelijk. Op het CBS is de Enquête Beroepsbevolking (EBB) gebaseerd op een roterend panelontwerp. De schattingsmethodiek van panelonderzoeken is meestal gebaseerd op de gegeneraliseerde regressieschatter. Deze methodiek kent een aantal belangrijke beperkingen. Ten eerste resulteert de gegeneraliseerde regressieschatter bij een kleine steekproefomvang al snel in grote varianties. Deze situatie doet zich voor indien cijfers voor korte verslagperiodes, bijvoorbeeld op maandbasis, worden gemaakt. Ten tweede ontstaat een probleem met het roterende panelontwerp doordat er vertekening optreedt in de uitkomsten van de opeenvolgende herbenaderingen. Deze vertekening wordt in de literatuur aangeduid met de term rotation group bias (RGB, Bailar, 1975) en is het resultaat van meetfouten en selectieve uitval.

Om voor beide problemen een oplossing te zoeken is een alternatieve schattingsmethode ontwikkeld die expliciet gebruik maakt van structurele tijdreeksmodellen. Door de vertekening tussen de herbenaderingen expliciet te modelleren, worden de schattingen voor de doelvariabelen hiervoor gecorrigeerd. Daarnaast wordt de standaardfout gereduceerd doordat het tijdreeksmodel gebruik maakt van steekproefinformatie die is waargenomen in voorgaande periodes en de autocorrelatie tussen de herbenaderingen.

Deze methode wordt uitgewerkt voor de EBB, maar is ook toepasbaar op andere onderzoeken die als een roterend panelontwerp zijn opgezet. Daartoe worden op het einde van het document richtlijnen gegeven hoe het model aangepast moet worden.

De hier beschreven methode is gebaseerd op de methodiek van Pfeffermann (1991). Voor zover bekend wordt alleen bij het US Bureau of Labor Statistics gebruik gemaakt van structurele tijdreeksmodellen voor het samenstellen van publicaties van maandelijke werkloosheidscijfers, Tiller (1992, 2006).

In dit document wordt de methode zo beschreven dat het grotendeels begrijpelijk is zonder voorkennis over structurele tijdreeksmodellen. Voor het zelf toepassen van de methode is degelijke kennis van de theorie van deze modellen noodzakelijk. Deze algemene theorie wordt niet in dit document behandeld. Hiervoor wordt verwezen naar Harvey (1989) en Durbin en Koopman (2001).

### **1.2 Afbakening en relatie met andere thema's**

Onder het thema Modelmatig schatten is een Methodenreeksbijdrage geschreven over synthetische schatters en kleinedomeinschatters op basis van gemengde modellen (Boonstra en Buelens, 2007). In dit document wordt ook een algemene

inleiding over modelmatig schatten en kleinedomeinschatters gegeven. Kleinedomeinschatters kunnen toegepast worden als de steekproeven te klein zijn om via directe schatters voldoende betrouwbare schattingen te produceren. Er wordt dan via een model informatie uit andere bronnen geleend om de nauwkeurigheid van schattingen te verbeteren in vooraf bepaalde domeinen. Terwijl in Boonstra en Buelens (2007) methoden worden beschreven hoe voor één steekproef informatie uit andere deelpopulaties geleend kan worden, wordt in dit document beschreven hoe informatie uit voorgaande periodes geleend kan worden. Merk op dat de modellen in Boonstra en Buelens (2007) uitgebreid kunnen worden zodat naast informatie uit andere deelpopulaties ook informatie uit voorgaande periodes geleend kan worden. De in dit document beschreven methode kan ook uitgebreid worden zodat naast informatie uit het verleden ook informatie uit andere deelpopulaties geleend kan worden. Deze methodieken zijn echter nog niet voldoende ontwikkeld om in de Methodenreeks beschreven te worden.

Als input voor het tijdreeksmodel worden gegeneraliseerde regressieschattingen gebruikt. In dit document wordt niet ingegaan op de berekening hiervan. Hiervoor wordt verwezen naar Banning en Knottnerus (2010) of Särndal (1992).

### 1.3 Plaats in het statistisch proces

In het statistisch proces neemt schatten een plaats in na het controleren en gaafmaken van de data. Dit geldt ook voor schatten met structurele tijdreeksmodellen. Als input voor de tijdreeksmodellen worden gegeneraliseerde regressieschattingen gebruikt. Het toepassen van een tijdreeksmodel is dus de tweede stap in het schattingsproces. De resultaten die uit het tijdreeksmodel komen, kunnen, na de gebruikelijke plausibiliteitscontrole, gepubliceerd of verder geanalyseerd worden. Eventueel is het ook nog noodzakelijk om schattingen uit verschillende tijdreeksmodellen consistent te maken. De gegeneraliseerde regressieschatter resulteert in één set van gewichten. Deze gewichten kunnen voor schattingen over alle doelvariabelen gebruikt worden. Via het tijdreeksmodel worden geen gewichten berekend. Als behoefte bestaat aan een bestand met één set van gewichten, dan kunnen de microdata opnieuw gewogen worden via de gegeneraliseerde regressieschatter, waarbij de modelschattingen als hulpinformatie worden gebruikt.

### 1.4 Definities en afkortingen

Begrip	Omschrijving
GREG	Gegeneraliseerde regressieschatter (zie Banning en Knottnerus, 2009)
RGB	Rotation Group Bias: vertekening in roterende panelontwerpen die ontstaat door de herhaalde benadering van dezelfde respondenten
EBB	Enquête beroepsbevolking

## **2. Structureel tijdreeksmodel voor een roterend panelontwerp**

### **2.1 Korte beschrijving**

De methodiek wordt geïllustreerd aan de hand van de EBB. De EBB is gebaseerd op een roterend panelontwerp. De huishoudens die iedere maand in de steekproef worden geselecteerd, worden de eerste keer door een interviewer thuis benaderd. Vervolgens worden de huishoudens nog vier keer telefonisch herbenaderd.

Dankzij het roterende panelontwerp van de EBB worden iedere maand voor vijf opeenvolgende peilingen data verzameld. Voor iedere afzonderlijke peiling kan een reeks van GREG-schattingen voor een doelvariabele worden geconstrueerd. Deze vijf reeksen worden simultaan gemodelleerd via een structureel tijdreeksmodel dat rekening houdt met alle aspecten van het panelontwerp.

Ten eerste wordt via het tijdreeksmodel efficiënter gebruik gemaakt van de steekproefinformatie die is waargenomen in voorgaande periodes. De GREG-schatter, afkomstig uit de klassieke design-based steekproeftheorie, beschouwt de populatieparameters als vaste onbekende waarden. Onder dit paradigma kan voor het schatten van bijvoorbeeld het maandelijks werkloosheidscijfer alleen gebruik worden gemaakt van de data die in de desbetreffende maand zijn waargenomen. Het werkloosheidscijfer hangt echter sterk samen met de werkloosheidscijfers uit voorgaande periodes. Het ligt daarom voor de hand om de precisie van de GREG-schatter voor het maandelijks werkloosheidscijfer te verbeteren door gebruik te maken van steekproefinformatie uit voorgaande periodes. Dit kan door de onbekende populatieparameter in de opeenvolgende maanden op te vatten als een realisatie van een stochastisch proces dat kan worden gemodelleerd aan de hand van een tijdreeksmodel. Dit model, dat is opgebouwd uit een trend, een seizoenscomponent en een storingsterm, gebruikt de informatie van de waargenomen ontwikkeling uit het verleden bij het schatten van de doelvariabele.

Ten tweede kan via het tijdreeksmodel de systematische vertekening van de opeenvolgende herbenaderingen ten opzichte van de eerste peiling worden gemodelleerd. Door deze vertekening expliciet te modelleren, worden de schattingen voor de doelvariabele op basis van het tijdreeksmodel automatisch gecorrigeerd voor deze vertekening. Op deze manier kan rekening worden gehouden met systematische vertekening.

Ten derde wordt via het tijdreeksmodel rekening gehouden met de autocorrelatie die ontstaat doordat een steekproef vijf keer wordt herbenaderd. Dit resulteert in een verdere reductie van de standaardfout van de schattingen voor de maandelijks werkloosheidscijfers.

Doordat tijdreeksen van GREG-schattingen gebruikt worden als input van het tijdreeksmodel wordt bij deze modelmatige schattingsmethodiek rekening gehouden met de complexiteit van het steekproefontwerp van de EBB.

## **2.2 Toepasbaarheid**

De schattingsmethodiek is bedoeld om de nauwkeurigheid van directe schatters, zoals bijvoorbeeld de Horvitz-Thompson schatter of de GREG-schatter (Horvitz en Thompson, 1951, en Särndal e.a., 1992) te verbeteren. De methodiek is specifiek ontwikkeld voor paneldata. Bij het gebruik van directe schatters voor paneldata kunnen twee problemen optreden. Ten eerste kunnen bij kleine steekproefomvang de varianties van de directe schatter onacceptabel groot worden. Ten tweede ontstaat een probleem met het roterende panelontwerp doordat er vertekening optreedt in de uitkomsten van de opeenvolgende herbenaderingen. Deze vertekening wordt in de literatuur aangeduid als RGB en is het resultaat van meetfouten en selectieve uitval.

De hier beschreven methodiek betekent een verbetering voor beide problemen. De methode maakt expliciet gebruik van structurele tijdreeksmodellen. Door de vertekening tussen de herbenaderingen expliciet te modelleren, worden de schattingen voor de doelvariabelen hiervoor gecorrigeerd. Daarnaast wordt de standaardfout gereduceerd doordat het tijdreeksmodel gebruik maakt van steekproefinformatie die is waargenomen in voorgaande periodes en de autocorrelatie tussen de herbenaderingen.

De methodiek is bruikbaar voor het maken van modelgebaseerde schattingen op basis van steekproefonderzoeken die opgezet zijn als een roterend panelontwerp.

## **2.3 Uitgebreide beschrijving**

### *2.3.1 Enquête beroepsbevolking*

De in dit document beschreven methode is in principe algemeen toepasbaar op paneldata, waarbij het tijdreeksmodel voor elke toepassing aangepast moet worden. De methode is ontwikkeld voor de EBB en wordt in dit document ook voor deze toepassing uitgewerkt. Voor een goed begrip volgt hier een korte beschrijving van de EBB. Het gaat hier om het design van de EBB zoals dat vanaf 2000 tot en met juni 2010 gebruikt is. Door toekomstige wijzigingen in het design van de EBB zijn eventueel ook aanpassingen in het tijdreeksmodel nodig.

Het CBS publiceert cijfers over de werkloze, werkzame en totale beroepsbevolking op basis van de EBB. Deze cijfers worden gemaakt op jaarbasis, waarbij zeer gedetailleerde uitsplitsingen worden gemaakt naar verschillende sociaaldemografische kenmerken. Daarnaast worden iedere maand actuele cijfers gepubliceerd. Deze schattingen worden gemaakt voor heel Nederland en voor een uitsplitsing naar leeftijd en geslacht in 6 categorieën (mannen 15-24 jaar, mannen 25-44 jaar, mannen 45-64 jaar, vrouwen 15-24 jaar, vrouwen 25-44 jaar, vrouwen 45-64 jaar).

De doelpopulatie van de EBB bestaat uit alle personen van 15 jaar of ouder, die woonachtig zijn in Nederland, exclusief bewoners van inrichtingen, instellingen en tehuizen. Het steekproefkader is een lijst van adressen gebaseerd op de Geografisch Basis Administratie. Uit dit kader wordt maandelijks een gestratificeerde

tweetrapssteekproef van adressen getrokken. Alle huishoudens, met een maximum van drie, die op een steekproefadres worden aangetroffen, worden in de steekproef geselecteerd. De huishoudens worden de eerste keer door een interviewer thuis benaderd, die de elektronische vragenlijst via een persoonlijk vraaggesprek afneemt. Deze manier van data verzamelen wordt aangeduid met Computer Assisted Personal Interviewing (CAPI). Vervolgens worden de huishoudens nog vier keer telefonisch herbenaderd en wordt een verkorte versie van de vragenlijst afgenomen. Deze manier van data verzamelen wordt aangeduid met Computer Assisted Telephone Interviewing (CATI).

De maandelijkse steekproefomvang van de EBB laat niet toe dat voldoende nauwkeurige GREG-schattingen op maandbasis gepubliceerd kunnen worden. Een pragmatische oplossing voor dit probleem is het samenvoegen van meerdere maanden. Bij de EBB is ervoor gekozen om iedere maand een cijfer te publiceren dat gebaseerd is op de data die de afgelopen drie maanden zijn waargenomen. Dit wordt met het begrip voortschrijdend driemaandsgemiddelde aangeduid.

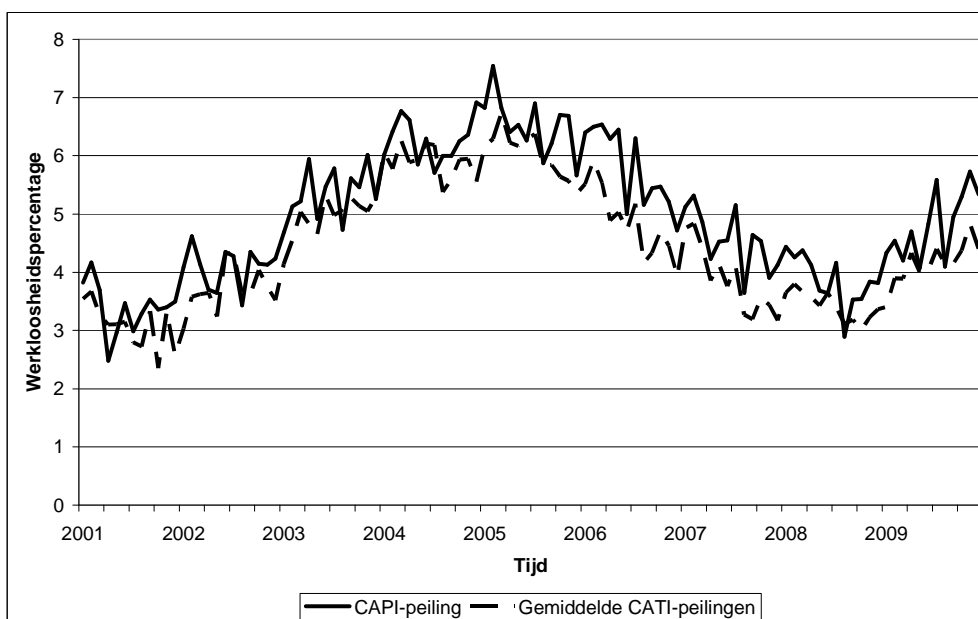
Het tweede probleem bij de EBB is de in paragraaf 2.2 genoemde RGB. Om een indruk te krijgen van de omvang van de vertekening worden in figuur 1 twee reeksen voor het maandelijkse werkloosheidspercentage met elkaar vergeleken. Beide reeksen zijn geschat met de GREG-schatter. De reeks van de ononderbroken lijn is gebaseerd op de data die zijn verzameld in de eerste peiling. De andere reeks is gebaseerd op de data uit de vier telefonische herbenaderingen. Uit de figuur blijkt dat op basis van de herbenaderingen het werkloosheidspercentage systematisch lager wordt geschat dan op basis van de eerste peiling, en dat de vertekening vrij groot is. De belangrijkste oorzaken voor deze vertekening zijn

1. Selectieve non-respons tussen de opeenvolgende peilingen door paneluitval.
2. Systematische verschillen tussen de populaties die worden bereikt met de CAPI-mode in de eerste peiling en de CATI-mode in de vervolgpeilingen. Algemeen geldt dat met de CATI-mode de deelpopulatie waar geen telefoonnummer voor beschikbaar is, niet waargenomen wordt. Bij deze toepassing is dit effect waarschijnlijk gering, omdat tijdens het eerste interview gevraagd wordt naar het telefoonnummer van het huishouden, zodat geheime nummers ook bij het CBS bekend zijn.
3. Mode-effecten. Dit zijn systematische verschillen in de antwoorden van een respondent doordat de vragenlijst in de vervolgpeilingen CATI in plaats van CAPI wordt afgenomen.
4. Vragenlijsteffecten. In de eerste peiling wordt een uitgebreide vragenlijst gebruikt terwijl bij de telefonische herbenaderingen een verkorte vragenlijst wordt gebruikt die uitsluitend gericht is op het vaststellen van veranderingen in de arbeidspositie van de respondent. Verschillen tussen de vragenlijsten kunnen resulteren in systematische effecten op de antwoordpatronen.
5. Paneleffecten. Dit zijn systematische veranderingen in het gedrag van de respondenten in het panel. Het stellen van vragen aan respondenten zonder



baan over hun activiteiten om een baan te vinden zou kunnen leiden tot een toename van de zoekactiviteiten van deze respondenten. Hierdoor gaat de arbeidspositie van de respondenten in de vervolgpeilingen afwijken van de rest van de bevolking. Een tweede mogelijkheid is dat respondenten hun antwoordpatroon aanpassen omdat ze leren wat de snelste routing door de vragenlijst is.

*Figuur 1: Maandelijkse werkloosheidspercentage op basis van de eerste peiling versus het gemiddelde van de vier herbenaderingen*



Uit de beschrijving van de factoren die de vertekening veroorzaken, blijkt dat de schattingen gebaseerd op de eerste (CAPI) peiling betrouwbaarder zijn dan de schattingen gebaseerd op CATI. Daarom wordt zowel bij de voortschrijdende driemaandsgemiddelden als ook in het tijdreeksmodel aangenomen dat de schattingen gebaseerd op de eerste peiling niet vertekend zijn. De GREG-schatter van het driemaandsgemiddelde kan niet rechtstreeks corrigeren voor deze vertekening. Daarom wordt bij deze schattingsmethodiek achteraf op tabelniveau een correctie uitgevoerd voor deze vertekening, zodanig dat de schattingen op het niveau van de uitkomsten van de eerste peiling komen.

### *2.3.2 Tijdreeksmodel voor maandcijfers gebaseerd op een roterend panel*

Voor het schatten van maandelijkse cijfers over de beroepsbevolking is een methodiek ontwikkeld die gebaseerd is op een multivariaat structureel tijdreeksmodel. Deze methode is ontwikkeld door Pfeffermann (1991) en in Van den Brakel (2005), Van den Brakel en Krieg (2008a, 2009a, 2009b) verder uitgewerkt en toegepast op de EBB. Voor iedere afzonderlijke peiling wordt een reeks van GREG-schattingen geconstrueerd. Deze vijf reeksen worden gemodelleerd via een tijdreeksmodel dat rekening houdt met alle aspecten van het panelontwerp. Dit model bestaat uit de volgende drie componenten:

1. een tijdreeksmodel voor de onbekende populatieparameter,
2. een tijdreeksmodel voor de vertekening tussen de opeenvolgende peilingen,
3. een tijdreeksmodel voor de steekproeffout.

In formule ziet het model er als volgt uit. Laat  $\theta_t$  de waarde voor de onbekende populatieparameter zijn in maand  $t$ . Verder is  $Y_t^{t-j}$  de GREG-schatting voor deze populatieparameter voor maand  $t$  op basis van het panel dat op tijdstip  $t-j$  het panel instroomde. Omdat een steekproef vijf keer wordt benaderd met een interval van drie maanden wordt iedere maand een vector van vijf GREG-schattingen waargenomen:  $\mathbf{Y}_t = (Y_t^t \ Y_t^{t-3} \ Y_t^{t-6} \ Y_t^{t-9} \ Y_t^{t-12})^T$ . Deze vector wordt gemodelleerd met:

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{1}_5 \theta_t + \boldsymbol{\lambda}_t + \mathbf{e}_t. \quad (1)$$

Hierbij is  $\mathbf{1}_5$  een vijfdimensionale vector met ieder element gelijk aan 1 en  $\boldsymbol{\lambda}_t = (\lambda_t^0 \ \lambda_t^3 \ \lambda_t^6 \ \lambda_t^9 \ \lambda_t^{12})^T$  een vector met tijdsafhankelijke componenten waarmee de vertekening in de trend gemodelleerd wordt. Met de vector  $\mathbf{e}_t = (e_t^t \ e_t^{t-3} \ e_t^{t-6} \ e_t^{t-9} \ e_t^{t-12})^T$  worden de steekproeffouten van de GREG-schattingen van de vijf peilingen gemodelleerd.

In het tijdreeksmodel dat op deze manier ontstaat wordt de GREG-schatting van de eerste peiling opgevat als de som van de echte populatievariabele en een steekproeffout. De GREG-schatting van iedere vervolgpeiling wordt opgevat als de som van de echte populatievariabele, de vertekening ten opzichte van de eerste peiling en een steekproeffout. Deze componenten worden in de volgende drie deelparagrafen beschreven.

### 2.3.2.1 *Tijdreeksmodel voor de onbekende populatieparameter*

Via deze component van het tijdreeksmodel wordt efficiënt gebruik gemaakt van de steekproefinformatie die is waargenomen in voorgaande periodes. De GREG-schatter, afkomstig uit de klassieke steekproeftheorie, beschouwt de populatieparameter in maand  $t$  als een vaste maar onbekende waarde die geschat wordt op basis van de steekproefdata. Onder dit paradigma kan voor het schatten van bijvoorbeeld het maandelijks werkloosheidscijfer alleen gebruik worden gemaakt van de data die in de desbetreffende maand zijn waargenomen. Het werkloosheidscijfer hangt echter sterk samen met de werkloosheidscijfers uit voorgaande periodes. Het ligt daarom voor de hand om de precisie van de GREG-schatter voor het maandelijks werkloosheidscijfer te verbeteren door gebruik te maken van steekproefinformatie uit voorgaande periodes. Bij de EBB gebeurt dit door iedere maand cijfers te publiceren die zijn gebaseerd op de afgelopen drie maanden. Hierbij wordt een gemiddelde waarde voor de verslagperiode berekend. Deze berekening gaat voorbij aan de ontwikkeling die binnen deze periode plaatsvindt zoals de structurele veranderingen in de trend en het seizoenspatroon. Op deze manier kan daarom slechts gebruik worden gemaakt van een beperkt aantal periodes uit het nabije verleden. Het is efficiënter om de onbekende

populatieparameters in de opeenvolgende maanden op te vatten als een realisatie van een stochastisch proces dat kan worden gemodelleerd aan de hand van een tijdreeksmodel. Aan de hand van dit model wordt het mogelijk om alle beschikbare steekproefinformatie uit het verleden te gebruiken om de precisie van de GREG-schatters voor de maandcijfers te verbeteren.

In het multivariate tijdreeksmodel worden de vijf GREG-schattingen meegenomen als onafhankelijke schattingen voor de onbekende doelvariabele in maand  $t$ . Deze doelvariabele wordt gemodelleerd met een tijdreeksmodel dat is opgebouwd uit een trendcomponent, een seizoenscomponent en een storingsterm. Aan de hand van deze componenten wordt naast de steekproefinformatie waargenomen in maand  $t$ , ook gebruik gemaakt van steekproefinformatie die is waargenomen in voorgaande perioden om de doelvariabele in maand  $t$  nauwkeuriger te schatten. De trendcomponent is bepalend voor het niveau van de reeks. Via de seizoenscomponent wordt gebruik gemaakt van informatie uit het verleden om de systematische afwijkingen in de afzonderlijke maanden te bepalen. Via de storingsterm worden alle andere veranderingen beschreven, die niet door de trend en de seizoenscomponent verklaard worden.

Het structurele tijdreeksmodel voor de onbekende populatieparameter in (1) wordt gegeven door:

$$\theta_t = L_t + S_t + \varepsilon_t, \quad (2)$$

met  $L_t$  een stochastisch trendmodel,  $S_t$  een stochastisch seizoensmodel, en  $\varepsilon_t$  de onverklaarde variatie in de reeks van  $\theta_t$ . De trend wordt gemodelleerd met het zogenaamde smooth-trend model:

$$\begin{aligned} L_t &= L_{t-1} + R_{t-1}, \\ R_t &= R_{t-1} + \eta_{R,t}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$E(\eta_{R,t}) = 0, \quad Cov(\eta_{R,t}, \eta_{R,t'}) = \begin{cases} \sigma_R^2 & \text{als } t = t' \\ 0 & \text{als } t \neq t'. \end{cases}$$

De parameters  $L_t$  en  $R_t$  worden de trend en de hellingsparameter (Engels: level en slope parameters) genoemd.

Het seizoenspatroon wordt gemodelleerd met het trigonometrische model

$$S_t = \sum_{l=1}^6 S_{l,t}, \quad (4)$$

waarbij

$$\begin{aligned}
S_{l,t} &= S_{l,t-1} \cos(h_l) + S_{l,t-1}^* \sin(h_l) + \omega_{l,t} \\
S_{l,t}^* &= S_{l,t-1}^* \cos(h_l) - S_{l,t-1} \sin(h_l) + \omega_{l,t}^*, \quad l = 1, \dots, 6, \\
h_l &= \frac{\pi l}{6}, \quad l = 1, \dots, 6, \\
E(\omega_{l,t}) &= E(\omega_{l,t}^*) = 0, \\
Cov(\omega_{l,t}, \omega_{l',t'}) &= Cov(\omega_{l,t}^*, \omega_{l',t'}^*) = \begin{cases} \sigma_\omega^2 & \text{als } l = l' \text{ en } t = t' \\ 0 & \text{als } l \neq l' \text{ of } t \neq t' \end{cases} \\
Cov(\omega_{l,t}, \omega_{l',t}^*) &= 0 \text{ voor alle } l \text{ en } t.
\end{aligned} \tag{5}$$

De onverklaarde variatie  $\varepsilon_t$  wordt gemodelleerd als witte ruis:

$$E(\varepsilon_t) = 0, \quad Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t'}) = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2 & \text{als } t = t' \\ 0 & \text{als } t \neq t'. \end{cases} \tag{6}$$

De trend- en de seizoenscomponent worden gemodelleerd met stochastische modellen waardoor deze componenten tijdsafhankelijk zijn. In deze modellen worden de trend en het seizoenspatroon opgevat als een functie van een aantal onbekende parameters. Voor ieder tijdstip wordt verondersteld dat de waarden voor deze parameters gelijk zijn aan de waarden uit de voorgaande periode met een kleine afwijking. Hierdoor kunnen deze parameters door de tijd heen geleidelijk van waarde veranderen en daarmee ook de trend en het seizoenspatroon. De flexibiliteit van deze componenten wordt bepaald door de varianties van de afwijkingen tussen de opeenvolgende perioden. Deze varianties worden op basis van de waargenomen tijdreeks geschat via de methode van de grootste aannemelijkheid (maximum likelihood). Naarmate de schattingen voor deze variantietermen groter zijn, worden de trend en het seizoenspatroon flexibeler en heeft informatie uit het verleden minder invloed op de schattingen voor een bepaalde maand.

### 2.3.2.2 Tijdreeksmodel voor de rotation group bias

De vector  $\lambda_t = (\lambda_t^0 \lambda_t^3 \lambda_t^6 \lambda_t^9 \lambda_t^{12})^T$  in de tweede component van het tijdreeksmodel beschrijft de systematische afwijking tussen de GREG-schattingen die zijn gebaseerd op de vijf afzonderlijke peilingen. Het is niet mogelijk om uitsluitend op basis van de beschikbare steekproefinformatie schattingen te maken van de absolute vertekening van de doelvariabelen. Het is wel mogelijk om de systematische verschillen tussen de vijf peilingen te schatten. Er wordt aangenomen dat de reeks op basis van de eerste peiling niet vertekend is. Dit is een plausible aanname omdat aan de hand van de oorzaken van de vertekening (zie paragraaf 2.3.1) kan worden gemotiveerd dat de uitkomsten van de eerste peiling het meest betrouwbaar zijn. Deze veronderstelling wordt ook gehanteerd bij de driemaandsgemiddelden.

Uit bovenstaande overweging volgt dat  $\lambda_t^0 = 0$ . De overige componenten meten het systematische verschil tussen de trends in de reeksen van de GREG-schattingen uit

de tweede, derde, vierde en vijfde peiling ten opzichte van de eerste peiling. De vertekening wordt gemodelleerd via een random walk model

$$\lambda_t^j = \lambda_{t-1}^j + \eta_{\lambda,j,t}, \quad j = 3, 6, 9, 12, \quad (7)$$

$$E(\eta_{\lambda,j,t}) = 0, \quad \text{Cov}(\eta_{\lambda,j,t}, \eta_{\lambda,j',t'}) = \begin{cases} \sigma_\lambda^2 & \text{als } t = t' \text{ en } j = j' \\ 0 & \text{als } t \neq t' \text{ of } j \neq j'. \end{cases}$$

Vervolgens kan via het tijdreeksmodel de systematische vertekening van de opeenvolgende herbenaderingen ten opzichte van de eerste peiling worden gemodelleerd.

Het model kan worden uitgebreid met een vector die de vertekening in de seizoenspatronen modelleert. In Van den Brakel en Krieg (2008a, 2009a, 2009b) wordt dit uitgebreidere model beschreven. In deze papers is geconcludeerd dat zowel het niveau als het seizoenspatroon van de vervolgpeilingen systematisch verschillen ten opzichte van de eerste peiling. Omdat voor het modelleren van de vertekening in het seizoenspatroon veel extra modelparameters nodig zijn en het effect op de puntschattingen betrekkelijk klein is, is uiteindelijk gekozen voor een model dat alleen rekening houdt met vertekening in de trend, Van den Brakel en Krieg (2008b). Door deze vertekening expliciet te modelleren wordt voorkomen dat deze vertekening in de schattingen voor de maandcijfers terecht komt.

### 2.3.2.3 *Tijdreeksmodel voor de steekproeffout*

In de derde en laatste component van het tijdreeksmodel worden de steekproeffouten gemodelleerd. Het roterende panel heeft tot gevolg dat de steekproeffouten van de verschillende peilingen op verschillende tijdstippen met elkaar samenhangen. Omdat de steekproef van de eerste peiling voor het eerst wordt waargenomen, hangt de steekproeffout van deze peiling niet samen met steekproeffouten uit het verleden. De steekproeffout uit de tweede peiling in maand  $t$  hangt samen met de steekproeffout uit de eerste peiling van maand  $t-3$ , omdat beide peilingen betrekking hebben op dezelfde steekproef. Om dezelfde reden hangt de steekproeffout uit de derde peiling in maand  $t$  samen met de steekproeffout uit de tweede peiling van maand  $t-3$  en de steekproeffout uit de eerste peiling van maand  $t-6$ , etc. De derde component van het tijdreeksmodel modelleert deze autocorrelatie in de steekproeffouten. Dit resulteert in een verdere reductie van de standaardfout van de schattingen voor de maandelijkse werkloosheidscijfers.

De variantie en autocorrelatiestructuur in de steekproeffouten worden geschat uit de steekproefdata. De varianties van de steekproeffouten worden als prior informatie aan het tijdreeksmodel meegegeven via het volgende algemene model voor steekproeffouten, dat is voorgesteld door Binder en Dick (1990):

$$e_t^{t-j} = k_t^{t-j} \tilde{e}_t^{t-j}, \quad (8)$$

met  $k_t^{t-j}$  de standaardfout van de GREG-schattingen van de desbetreffende peiling.

De autocorrelaties worden geschat via de procedure van Pfeiffermann et al. (1998). Zoals boven aangegeven is de steekproeffout in de eerste peiling niet gecorreleerd

met steekproeffouten waargenomen in het verleden. De autocorrelatiestructuur van de steekproeffouten in de tweede tot en met de vijfde peiling wordt gemodelleerd aan de hand van een AR(1) model, zie Van den Brakel en Krieg (2009a, 2009b). Hieruit volgt dat voor de eerste peiling  $\tilde{e}_t^t$  wordt gemodelleerd als witte ruis met  $E(\tilde{e}_t^t) = 0$  en  $Var(\tilde{e}_t^t) = 1$ . Doordat de variantie van  $\tilde{e}_t^t$  gelijk is aan één, is de variantie van de steekproeffout  $e_t^t$  gelijk aan de variantie van de GREG-schatter;  $Var(e_t^t) = (k_t^t)^2$ . Voor de overige peilingen geldt het volgende AR(1)-model:

$$\tilde{e}_t^{t-j} = \rho \tilde{e}_{t-3}^{t-j} + v_t^{t-j},$$

$$E(v_t^{t-j}) = 0, \quad Cov(v_t^{t-j}, v_{t'}^{t'-j}) = \begin{cases} \sigma_v^2 & \text{als } t = t' \\ 0 & \text{als } t \neq t'. \end{cases}$$

Omdat voor  $\tilde{e}_t^{t-j}$  een AR(1)-proces wordt aangenomen, geldt dat  $Var(\tilde{e}_t^{t-j}) = \sigma_v^2 / (1 - \rho^2)$ . De variantie van de steekproeffout is gelijk aan de variantie van de GREG-schatter indien  $\sigma_v^2 = (1 - \rho^2)$ . Zoals gezegd wordt de autocorrelatie coëfficiënt  $\rho$  geschat uit de steekproefdata via de procedure van Pfeffermann et al. (1998).

#### 2.3.2.4 Toestandsruimte modellen en het Kalman filter

Om schattingen te maken voor maandelijkse cijfers over de beroepsbevolking wordt het structurele tijdreeksmodel uit deelparagraaf 2.3.2.1-2.3.2.3 geschreven in de zogenaamde toestandsruimteform. In de literatuur wordt dit met de term state-space model aangeduid. Vervolgens kan het Kalmanfilter worden gebruikt om dit model te schatten. Zie Harvey (1989) of Durbin en Koopman (2001) voor een introductie in het schatten van toestandsruimtemodellen met behulp van het Kalmanfilter. In Van den Brakel en Krieg (2009a) is een uitdrukking van het tijdreeksmodel in toestandsruimteform te vinden.

Via het Kalmanfilter wordt voor iedere maand een optimale schatting gemaakt voor de doelvariabele en de modelparameters op basis van de informatie die beschikbaar is tot en met deze periode. Dit zijn de zogenaamde gefilterde schattingen. Het Kalmanfilter is een recursief algoritme dat start aan het begin van de tijdreeks en eindigt bij de waarneming van de laatste periode. Vervolgens kunnen de gefilterde schattingen worden verbeterd met de informatie die beschikbaar is gekomen na de periode waarop de gefilterde schatting betrekking heeft. Dit is een recursief algoritme dat start bij de laatst waargenomen periode en eindigt bij het begin van de reeks. Dit proces wordt smoothen genoemd. De gefilterde schattingen voor maand  $t$  zijn de optimale schattingen gebaseerd op de waarnemingen tot en met periode  $t$ . De gesmoohte schattingen zijn de optimale schattingen voor maand  $t$ , gebaseerd op alle informatie uit de beschikbare tijdreeks. In dat geval wordt bij de schatting voor de doelvariabele van maand  $t$  ook gebruik gemaakt van de informatie die is verkregen in de periode na maand  $t$ . De gesmoohte schattingen zijn gebaseerd op de fixed

interval smoother. Zie Harvey (1989) of Durbin en Koopman (2001) voor technische details.

Voor het schatten en publiceren van maandcijfers zijn vooral de gefilterde schattingen relevant. Dit zijn immers de schattingen die zijn gebaseerd op de informatie die op het moment van publiceren beschikbaar is. Het is ook mogelijk om gesmoothte schattingen te publiceren. Dit impliceert dat de publicaties regelmatig moeten worden herzien.

### *2.3.2.5 Software*

Voor het analyseren van structurele tijdreeksmodellen zijn verschillende softwarepakketten op de markt. Voor het analyseren van dergelijke complexe modellen zijn de routines in Ssfpack 3.0 heel geschikt, die vanuit OxMetrics gebruikt kunnen worden (zie Doornik, 2007 en Koopman et al., 2008). Met deze software is het hier beschreven tijdreeksmodel geanalyseerd. Alle toestandsvariabelen van het toestandsruimte model zijn niet-stationair, met uitzondering van de steekproeffouten. De niet-stationaire toestandsvariabelen worden geïnstalleerd met een diffuse prior. Dat wil zeggen dat deze toestandsvariabelen aan het begin van de reeks een startwaarde krijgen die gelijk is aan nul met een diagonale covariantiematrix met zeer grote waarden. De steekproeffouten zijn stationair. Daarom worden de startwaarden voor de steekproeffouten gelijk genomen aan nul met een covariantiematrix die is afgeleid uit het AR(1)-model. Verder wordt gebruik gemaakt van een exacte diffuse loglikelihoodfunctie via de procedure voorgesteld door Koopman (1997).

## **2.4 Voorbeeld: schatten van maandcijfers over de beroepsbevolking**

### *2.4.1 Methodiek*

Het tijdreeksmodel, beschreven in paragraaf 2.3, kan worden toegepast om maandcijfers over de beroepsbevolking te schatten. De maandelijkse cijfers bestaan uit de gefilterde schatting voor de trend plus de seizoenscomponent. Zoals opgemerkt in paragraaf 2.3.2.1, is de trend bepalend voor het niveau van de reeks en de seizoenscomponent voor de systematische afwijking hiervan in de afzonderlijke maanden. Beide componenten gebruiken informatie uit het verleden om tot een optimale schatting te komen. De mate waarin informatie uit het verleden wordt gebruikt bij het schatten van het maandcijfer hangt af van de flexibiliteit van de trend- en de seizoenscomponent. Naarmate de componenten flexibeler worden ingesteld is de bijdrage van informatie uit het verleden geringer en wordt de invloed van de GREG-schattingen uit de betreffende maand groter. De schattingsmethodiek bepaalt aan de hand van de waargenomen tijdreeks welke mate van flexibiliteit voor beide componenten optimaal is. Dit gebeurt door de variantiecomponenten voor de trend en het seizoensmodel te schatten via de methode van de grootste aannemelijkheid (maximum likelihood).

De beschikbare informatie uit de vijf peilingen wordt door het tijdreeksmodel geïntegreerd tot één gefilterde schatting voor de doelvariabele. Door de verschillen tussen de vijf reeksen van GREG-schattingen expliciet te modelleren, wordt voorkomen dat deze afwijkingen de schattingen voor de doelvariabele vertekenen.

Aan de hand van de hierboven beschreven methodiek worden iedere maand schattingen gemaakt voor:

1. Werkloze beroepsbevolking,
2. Werkzame beroepsbevolking,
3. Totale beroepsbevolking.

Voor deze drie variabelen worden schattingen gemaakt voor Nederland en een uitsplitsing naar leeftijd en geslacht in zes categorieën. In een eerste stap wordt voor elke afzonderlijke doelvariabele het tijdreeksmodel toegepast om een maandcijfer te schatten. De consequentie van deze werkwijze is dat de som van de werkloze en werkzame beroepsbevolking niet meer exact gelijk is aan de totale beroepsbevolking, zowel voor heel Nederland als ook voor de uitsplitsingen naar leeftijd en geslacht. Ook komt de som over deze zes categorieën niet exact overeen met de schatting voor heel Nederland. Daarom worden in een tweede stap de schattingen voor bovengenoemde doelvariabelen consistent gemaakt. Dit gebeurt door de consistentie-eisen als restricties op te leggen via een Lagrangefunctie. Via deze methode worden de schattingen minimaal aangepast, waarbij de omvang van de aanpassing evenredig is met de variantie van de modelschattingen. Dat wil zeggen, hoe onbetrouwbaarder de schatting voor een doelvariabele, hoe groter de toegestane aanpassing van de variabele. Deze methode is in detail beschreven in Krieg en Van den Brakel (2008b) en Van den Brakel, Krieg en Souren (2009a). Ten slotte worden de maandelijkse werkloosheidspercentages berekend als quotiënt van de maandelijkse schattingen voor de werkloze en totale beroepsbevolking.

Het tijdreeksmodel genereert gefilterde trendschattingen voor de maandcijfers over de beroepsbevolking. Deze kunnen worden gebruikt als een vervanging van de seizoensgecorrigeerde voortschrijdende driemaandsgemiddelden. De gefilterde trendschattingen voor de werkloze, werkzame en totale beroepsbevolking en de uitsplitsingen naar leeftijd en geslacht in zes categorieën worden consistent gemaakt via dezelfde Lagrangefunctie die ook voor de maandelijkse schattingen wordt gebruikt. Vervolgens worden de gefilterde trendschattingen voor de maandelijkse werkloosheidspercentages berekend door het quotiënt van de gefilterde trendschattingen voor de maandelijkse werkloze en totale beroepsbevolking te bepalen.

De standaard methodiek op het CBS voor het berekenen van seizoensgecorrigeerde cijfers is gebaseerd op X-12-ARIMA, Findley *et al.* (1998). Het gebruik van een gefilterde trendschatting als alternatief voor de seizoensgecorrigeerde maandcijfers leidt tot een andere interpretatie van de cijfers. Het seizoensgecorrigeerde cijfer zoals dat berekend werd met X-12-ARIMA bestaat uit een trend, cyclische patronen met een periode die afwijkt van de jaarcyclus van het seizoenspatroon, witte ruis in



de reeks van de doelvariabele en steekproeffouten. De gefilterde trendschatting bevat geen witte ruis en steekproeffouten. Afhankelijk van de flexibiliteit van het trendmodel worden cyclische bewegingen met een periode langer dan een jaar opgenomen in het seizoensgecorrigeerde cijfer.

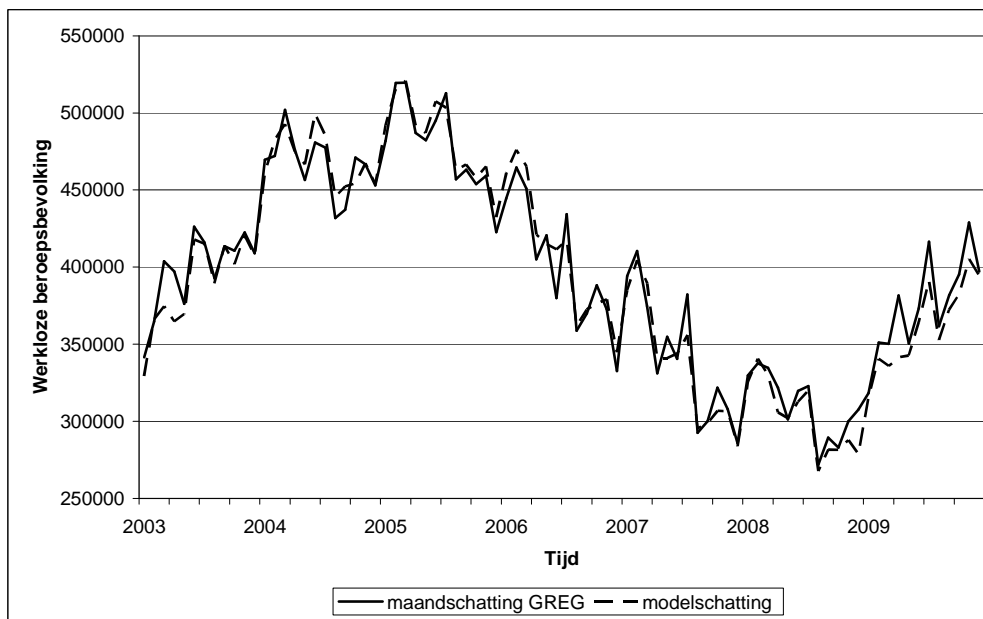
#### 2.4.2 Resultaten

In deze paragraaf is het tijdreeksmodel gebruikt om schattingen te maken voor de omvang van de werkloze beroepsbevolking op maandbasis voor de periode van januari 2003 tot en met december 2009. Alle peilingen van het roterende panelontwerp worden vanaf januari 2001 waargenomen. Het Kalmanfilter dat gebruikt wordt om de tijdreeksen te analyseren heeft een opstartperiode nodig om betrouwbare schattingen voor de onbekende parameters van het tijdreeksmodel te genereren. Omdat gedurende deze periode geen betrouwbare schattingen voor de doelvariabelen worden gegenereerd, worden de resultaten vanaf januari 2003 gepresenteerd. Voor deze periode zijn ook schattingen gemaakt voor de omvang van de werkloze beroepsbevolking op basis van de GREG-schatter op maandbasis. Deze schattingen zijn via een tabelcorrectie gecorrigeerd voor de vertekening tussen de opeenvolgende peilingen (voor een uitvoerige beschrijving van deze tabelcorrectie zie Van den Brakel en Krieg, 2008a). Deze laatste reeks wordt in de onderstaande figuren aangeduid met de term “maandschatting GREG”.

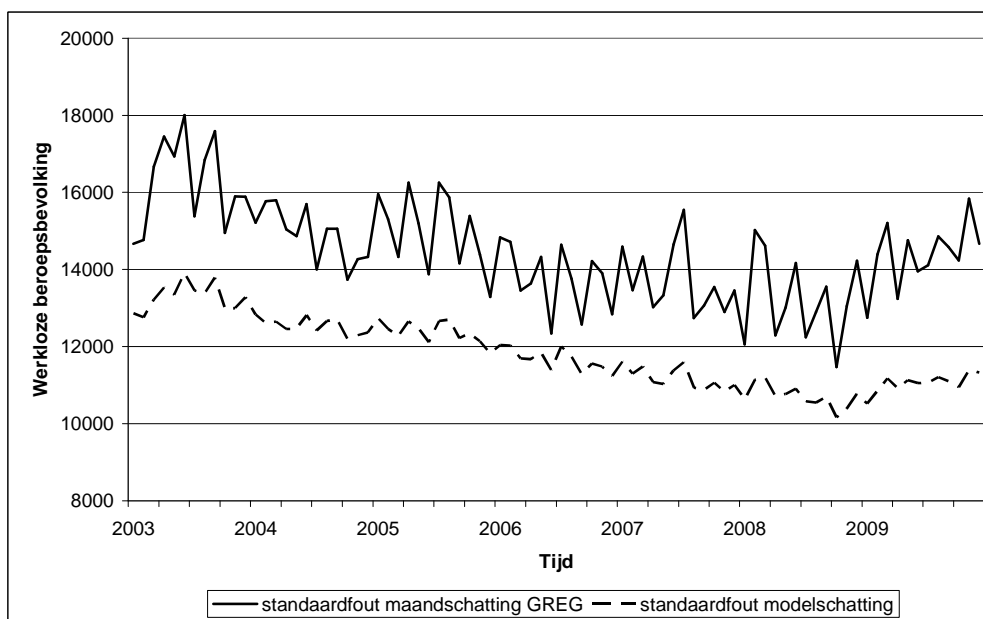
In figuur 2 worden de reeksen van de schattingen voor de omvang van de werkloze beroepsbevolking op basis van het tijdreeksmodel en de GREG-schatter, beide op maandbasis, met elkaar vergeleken. Beide reeksen liggen op hetzelfde niveau. Dit impliceert dat het tijdreeksmodel en de tabelcorrectie die bij de GREG-schatter wordt toegepast op een vergelijkbare wijze corrigeren voor de vertekening tussen de opeenvolgende peilingen. Dit komt omdat bij beide methoden de uitkomsten van de herbenaderingen worden bijgesteld naar de uitkomsten van de eerste peiling. Verder is het verloop van de reeks van de GREG-schattingen wat onregelmatiger ten opzichte van de schattingen op basis van het tijdreeksmodel. Dit komt omdat een aantal pieken en dalen in de reeks van de GREG-schattingen door het tijdreeksmodel worden opgevat als steekproeffouten en daardoor uit de schatting voor de omvang van de werkloze beroepsbevolking worden weggefilterd.

In figuur 3 worden de standaardfouten van beide reeksen met elkaar vergeleken. In van den Brakel en Krieg (2009b) wordt een benadering gegeven voor de standaardfouten voor de GREG-schattingen die ook rekening houdt met de correctie voor RGB. De standaardfouten van de modelschattingen volgen uit de standaard Kalmanfilterrecursies (Durbin en Koopman, 2001, paragraaf 4.2.2). De schattingen op basis van het tijdreeksmodel zijn preciezer, vooral omdat bij de schattingen voor de trend- en de seizoenscomponent gebruik wordt gemaakt van steekproefinformatie uit het verleden. Een verdere reductie van de standaardfout wordt bereikt doordat de steekproeffouten van de GREG-schattingen van de verschillende peilingen gecorreleerd zijn. Meer dan 95% van de reductie van de standaardfout wordt verkregen via het gebruik van steekproefinformatie uit het verleden.

Figuur 2: Schattingen omvang werkloze beroepsbevolking op maandbasis op basis van de GREG-schatter en het tijdreeksmodel

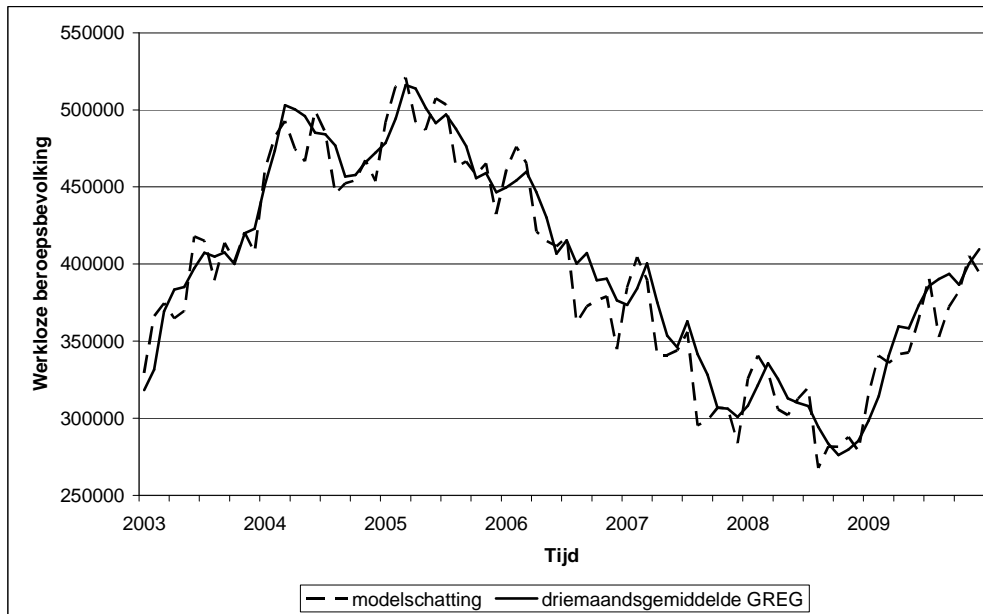


Figuur 3: Standaardfout van de schattingen omvang werkloze beroepsbevolking op maandbasis op basis van de GREG-schatter en het tijdreeksmodel



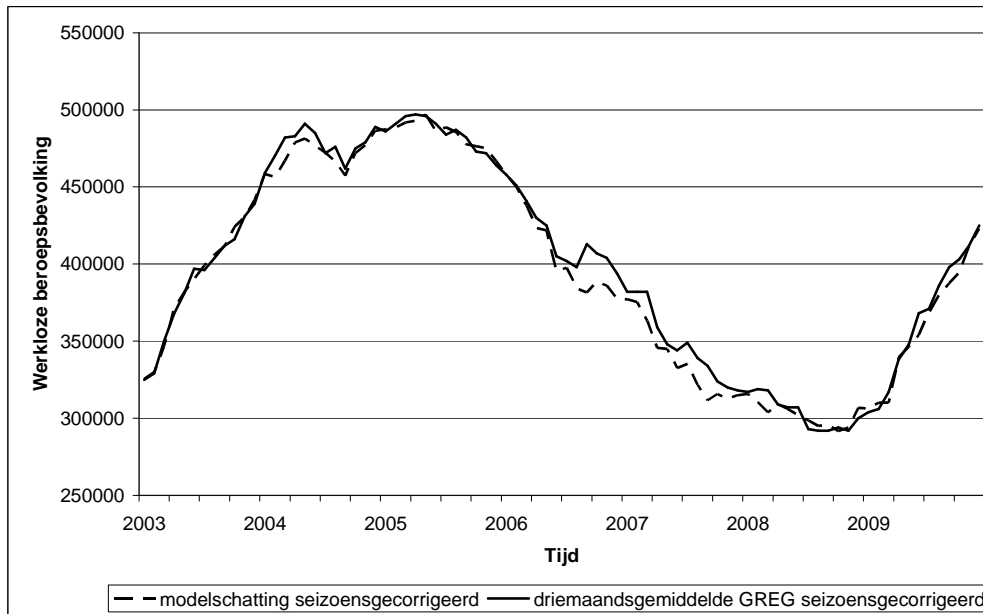
In figuur 4 wordt de reeks van de omvang van de werkloze beroepsbevolking op maandbasis geschat via het tijdreeksmodel, vergeleken met het voortschrijdend driemaandsgemiddelde. Bij deze vergelijking wordt uitgegaan van de verslagperiode in het persbericht. Dat betekent dat elk maandcijfer vergeleken wordt met de driemaandsperiode waarbij die maand de laatste van de drie is, bijvoorbeeld het maandcijfer van december met de driemaandsperiode oktober-december. Zoals blijkt uit figuur 4 is het seizoenspatroon in het voortschrijdende driemaandsgemiddelde uitgevlakt ten opzichte van de maandcijfers op basis van het tijdreeksmodel.

Figuur 4: Schattingen omvang werkloze beroepsbevolking op maandbasis op basis van het tijdreeksmodel en het voortschrijdend driemaandsgemiddelde



In figuur 5 worden de reeksen van de seizoensgecorrigeerde voortschrijdende driemaandsgemiddelden en de gefilterde trendschattingen op basis van het tijdreeksmodel met elkaar vergeleken. Het seizoensgecorrigeerde driemaandsgemiddelde is verkregen via X-12-ARIMA. Opvallend zijn de verschillen tussen beide reeksen gedurende de periode van een dalende trend in 2006 en 2007. De seizoensgecorrigeerde reeks van het voortschrijdende driemaandsgemiddelden laat een tweetal kortstondige stijgingen van de werkloosheid zien terwijl de gefilterde trend op basis van het tijdreeksmodel sterker vasthoudt aan de dalende werkloosheid. Er zijn geen inhoudelijke verklaringen voor deze kortstondige stijging van de werkloosheid. De voortschrijdende driemaandsgemiddelden zijn gevoeliger voor uitschieters in de afzonderlijke maandschattingen dan de gefilterde trendschattingen van het tijdreeksmodel. Jansen en Souren (2009) concluderen daarom dat deze kortstondige stijgingen eerder kunnen worden verklaard door samenvoeging van drie maanden met duidelijk verschillende seizoenspatronen in combinatie met meet- en steekproeffouten. Voor een uitgebreidere vergelijking van de voortschrijdende driemaandsgemiddelden en maandscijfers geschat op basis van het tijdreeksmodel wordt verwezen naar Jansen en Souren (2009) en Van den Brakel, Krieg en Souren (2009b).

Figuur 5: Schattingen omvang werkloze beroepsbevolking op maandbasis op basis van het tijdreeksmodel en het voortschrijdend driemaandsgemiddelde gecorrigeerd voor seizoensinvloeden



## 2.5 Generalisatie van de methode

In dit document is een structureel tijdreeksmodel beschreven dat specifiek voor de EBB ontwikkeld is. Een dergelijk model kan ook ontwikkeld worden voor andere roterende panels. In deze paragraaf worden algemene richtlijnen gegeven, hoe een tijdreeksmodel aangepast kan worden voor andere roterende panelontwerpen.

De dimensie van model (1) wordt bepaald door het aantal panels waarop het ontwerp gebaseerd is. In de volgende deelparagrafen gaan we in op de keuzes voor de drie verschillende modelcomponenten van model (1). Voor technische details wordt verwezen naar Durbin en Koopman (2001) en Harvey (1989).

### 2.5.1 Tijdreeksmodel voor de populatieparameter

Het tijdreeksmodel voor de populatieparameter in deelparagraaf 2.3.2.1, bestaat uit een trend- en een seizoenscomponent. Voor de trend is het zogenaamde smooth trendmodel gekozen. Dit is een speciaal geval van het local linear trendmodel, dat wordt verkregen indien in model (3) een stringsterm wordt toegevoegd voor de trendparameter  $L_t$ . Het local linear trendmodel wordt in economische toepassingen veel gebruikt voor het beschrijven van de lange termijnontwikkeling van een tijdreeks. Het voordeel van het smooth trendmodel is dat dit model stabielere schattingen voor de lange termijnontwikkelingen genereert, Durbin en Koopman (2001, paragraaf 3.2). Bij de EBB convergeert de schatting voor de variantiecomponent van de trendparameter naar nul, waardoor het local linear trendmodel en het smooth trendmodel de zelfde numerieke resultaten genereren. Via een likelihoodratio-toets is onderzocht of de variantiecomponent van de

trendparameter gelijk is aan nul. Omdat deze hypothese niet kan worden verworpen is voor de toepassing bij de EBB gekozen voor het smooth trendmodel.

In de literatuur worden andere stochastische trendmodellen beschreven. Het eenvoudigste model is het local trendmodel, Harvey, (1989 paragraaf 2.1). In dit model is geen hellingsparameter opgenomen. Het voordeel van dit model is dat het eenvoudig is. Daar staat tegenover alleen het niveau van de trend uit het verleden meegenomen wordt, en niet de verandering. Een ander veel gebruikt model is het zogenaamde local quadratic trendmodel, Harvey (1989, paragraaf 6.1). Dit model is flexibeler ten opzichte van het local linear trendmodel. Bij de EBB worden met dit model nagenoeg dezelfde numerieke resultaten voor de trend verkregen als met het uiteindelijk gekozen smooth trendmodel. Omdat het local linear trend model genest is in het local quadratic trend model, kan de plausibiliteit van een vereenvoudigd model getoetst worden via een likelihoodratio-toets. In Harvey (1989, paragraaf 6.1) worden daarnaast ook nog complexere (polynomiale) trendmodellen beschreven, die een generalisatie van het local quadratic trendmodel zijn.

Afhankelijk van de verslagperiode waar de afzonderlijke waarnemingen in de reeks betrekking op hebben, kan het noodzakelijk zijn om een seizoenscomponent op te nemen. In de literatuur over structurele tijdreeksmodellen worden twee typen modellen voor seizoenscomponenten onderscheiden. De eerste is het zogenaamde dummyvariabele model, zie bijvoorbeeld Durbin en Koopman, (2001, formule (3.3)). De tweede is het zogenaamde trigonometrische model, zoals gebruikt in het model voor de EBB, zie formule (4). In de literatuur over structurele tijdreeksmodellen hebben de trigonometrische modellen de voorkeur, omdat ze flexibeler zijn dan het dummyvariabele model. In de meest algemene vorm kan voor iedere harmonische functie in (5), een afzonderlijke variantiecomponent worden gedefinieerd. Vervolgens kan, via een likelihoodratio-toets, worden onderzocht of de variantiecomponenten voor de harmonische functies aan elkaar gelijk kunnen worden verondersteld. In bepaalde toepassingen kan ook worden overwogen om een of meerdere harmonische functies niet op te nemen. Het dummyvariabele model en het trigonometrische model geven dezelfde numerieke resultaten indien beide tijdsafhankelijk zijn, zoals het geval is bij het model voor de EBB.

De modelcomponent voor de populatieparameter kan worden uitgebreid door een cyclische term toe te voegen om conjunctuurbewegingen te beschrijven met een cyclus die afwijkt van het seizoenspatroon. Hiervoor worden vergelijkbare trigonometrische functies gebruikt als voor het modelleren van seizoenspatronen, zie Durbin en Koopman (2001, paragraaf 3.2).

### *2.5.2 Tijdreeksmodel voor rotation group bias*

Met de modelcomponent voor de RGB, wordt de vertekening tussen de verschillende panels gemodelleerd. Op basis van inhoudelijke argumenten moet een keuze worden gemaakt, welke peiling het meest betrouwbaar wordt geacht. Veelal is dit een kwalitatieve afweging van de verschillende foutenbronnen die een rol spelen in de verschillende peilingen van het panelonderzoek. Bij roterende panels zal dit er

meestal op neer komen dat de uitkomsten op basis van de eerste peiling als het meest betrouwbaar worden geacht. Door voor deze peiling de parameters voor de RGB gelijk aan nul te kiezen, wordt bereikt dat de uitkomsten van de overige peilingen worden bijgesteld naar de uitkomsten van de meest betrouwbaar geachte peiling. Indien aanvullende kwalitatieve informatie beschikbaar is over de vertekening van het panelonderzoek, dan kan dit aanleiding zijn om de uitkomsten op andere manier bij te stellen. Dit kan bijvoorbeeld door de uitkomsten van de eerste peiling bij te stellen naar een constante die ongelijk is aan nul.

De panelvertekening voor het model van de EBB houdt alleen rekening met systematische verschillen in de trend. Het is ook mogelijk om rekening te houden met vertekening in de seizoenspatronen, zoals beschreven in Van den Brakel en Krieg (2009b). Als de modelcomponent voor de populatieparameter uitgebreid is met een cyclische term, dan kan ook rekening gehouden worden met een vertekening in het cyclische patroon.

Om tot een zo spaarzaam mogelijk model te komen moet onderzocht worden of het mogelijk is om de varianties voor de parameters voor de vertekening voor de verschillende peilingen gelijk kunnen worden gesteld. Eventueel kunnen zelfs de parameters voor de vertekening zelf gelijk worden gekozen.

### *2.5.3 Tijdreeksmodel voor de steekproeffout*

De toestandsruimteform van de component voor de steekproeffout wordt sterk bepaald door het rotatieschema van het panelonderzoek. Zie bijvoorbeeld Pfeffermann (1991) voor voorbeelden waarbij andere rotatieschema's gehanteerd zijn.

Daarnaast moet onderzocht worden welk ARMA-model geschikt is om de autocorrelatie in de steekproeffouten te modelleren. ARMA-modellen is een afkorting voor Auto Regressieve Moving Average modellen. Dit zijn modellen voor stationaire reeksen waarbij de waarnemingen uit voorgaande perioden worden gebruikt als verklarende variabelen (AR-modellen) of de residuen uit voorgaande perioden (MA-modellen). Een inleiding in ARMA-modellen kan gevonden worden in Brockwell en Davis (2002).

Om een geschikt ARMA-model te formuleren, kan de procedure van Pfeffermann et al. (1998) toegepast worden om de autocorrelaties en de partiele autocorrelaties te schatten tussen de waargenomen reeksen voor de afzonderlijke panels. Dit vormt de input voor het formuleren van een geschikt ARMA-model. Deze procedure levert tevens schattingen voor de coëfficiënten van de AR-component, die als prior informatie aan het tijdreeksmodel kunnen worden meegegeven. De parameters voor het MA-model kunnen via de methode van de grootste aannemelijkheid worden geschat. Zoals beschreven in paragraaf 2.3.2.3 kan de variantie van de steekproeffouten worden geschat uit de steekproefdata en als prior informatie aan het tijdreeksmodel worden meegegeven via de procedure voorgesteld door Binder en Dick (1990).

## 2.6 Kwaliteitsindicatoren

Model-gebaseerde schattingen kunnen, als het model misgespecificeerd is, vertekend zijn. Daarom is het belangrijk om te controleren hoe goed het model bij de waargenomen data past via een modevaluatie.

Tijdens het ontwikkelen van een model moeten de componenten gekozen worden die het beste bij de waargenomen reeks en de opzet van het steekproefonderzoek passen. Hierbij wordt bijvoorkeur ook gebruik gemaakt van inhoudelijke kennis over de waargenomen reeks. In de vorige paragraaf zijn verschillende alternatieven voor de componenten beschreven.

Een eerste kwaliteitscontrole van het uiteindelijk gekozen model is een plausibiliteitscheck, waarbij de modelschattingen vergeleken worden met de GREG-schattingen of andere directe schattingen. Voor de toepassing op de EBB is dit als voorbeeld uitgewerkt in paragraaf 2.4.2.

Het boven beschreven tijdreeksmodel veronderstelt dat de storingstermen van de verschillende modelcomponenten normaal en onderling onafhankelijk verdeeld zijn met constante varianties. De mate waarin aan deze assumpties is voldaan, kan worden getoetst door te onderzoeken in hoeverre de éénstapvoorspelfouten normaal en onderling onafhankelijk verdeeld zijn met constante varianties. Hiervoor zijn een aantal modevaluatietechnieken beschikbaar. Deze worden beschreven in Durbin en Koopman (2001). Enkele veel gebruikte diagnostieken zijn:

- Het maken van normaliteitsplots, histogrammen en autocorrelogrammen van de innovaties.
- Toets op normaliteit van de innovaties.
- F-Toets op heteroskedasticiteit van de innovaties.
- Toets op autocorrelatie van innovaties met bijvoorbeeld de *Durbin Watson Test* en de *Box Ljung Q Test*.

Deze modevaluatie technieken laten zien dat het tijdreeksmodel voor de EBB goed aan deze veronderstellingen voldoet. De innovaties van de vijf reeksen bevatten geen seriële correlatie. Er zijn geen grote afwijkingen van de normale verdeling geconstateerd. Verder kan worden gemeld dat ook na het invallen van de kredietcrisis de residuen niet systematisch positief of negatief zijn. Dit is een duidelijk signaal dat het tijdreeksmodel de ontwikkeling van de beroepsbevolking goed beschrijft.

Indien er seriële correlatie in de storingstermen of de innovaties aanwezig is, kan dit een reden zijn om afhankelijk van het patroon een seizoenscomponent of een additionele cyclische component in het model op te nemen. Ook kan het noodzakelijk zijn om seriële autocorrelatie in de residuen te modelleren met een ARMA-component, zoals dat in deze toepassing met een AR(1)-model is gebeurd.

Indien de veronderstelling dat de residuen en de innovaties normaal verdeeld zijn niet houdbaar is, kan hier via een transformatie van de reeksen naar toe worden gewerkt. Reeksen die per definitie positief zijn, kunnen een sterke asymmetrische

verdeling hebben waardoor de normaliteitveronderstelling geschonden kan worden. Door dergelijke reeksen logaritmisch te transformeren wordt naar een meer symmetrische verdeling toegewerkt waardoor de veronderstelling dat residuen normaal verdeeld zijn plausibeler wordt.

Om een beeld te krijgen hoe robuust de uitkomsten zijn voor de modelkeuze is het van belang dat alternatieve modellen worden uitgetest. Bij de EBB blijkt dat de uitkomsten zeer robuust zijn voor verschillende modelkeuzes. Er zijn een groot aantal alternatieve modellen getest. Het gaat hierbij om meer flexibele trendmodellen, meer flexibele modellen voor het seizoenspatroon en alternatieve modellen om de autocorrelatie in de steekproeffouten te modelleren. Verschillende modellen leiden tot nagenoeg dezelfde numerieke resultaten.

Als bij een andere toepassing blijkt dat de uitkomsten sterk afhangen van de modelkeuze, dan kan aan de hand van een simulatiestudie of op basis van inhoudelijke kennis een keuze voor het beste model gemaakt worden. Voor de simulatie worden aan de hand van een aantal potentiële modellen waaruit een keuze gemaakt moet worden, tijdreeksen gegenereerd. Deze reeksen worden vervolgens geanalyseerd met verschillende modellen. Dit geeft een beeld hoe goed of slecht verschillende modellen bij verschillende datasets passen.



### **3. Afsluiting**

In paragraaf 2.3 en 2.4 is een structureel tijdreeksmodel beschreven dat specifiek voor de EBB ontwikkeld is. In paragraaf 2.5 is aangegeven hoe deze methodiek kan worden gegeneraliseerd naar andere roterende panels. In deze paragraaf wordt beschreven hoe deze schattingsmethodiek verfijnd kan worden.

Indien de maandcijfers worden uitgesplitst in afzonderlijke categorieën, wordt het mogelijk om informatie uit andere domeinen te gebruiken door de tijdreeksen van de verschillende domeinen te modelleren in een multivariaat structureel model. In dit model kunnen covarianties tussen de storingstermen van bijvoorbeeld de trendcomponenten worden opgenomen. Hierdoor heeft ieder domein een specifiek trendmodel maar worden veranderingen door het model sneller opgepikt. Een andere mogelijke verbetering van het model kan bereikt worden door uitbijters te modelleren. Verder is het mogelijk om hulpinformatie in het model te gebruiken. Voor de EBB is informatie over geregistreerde werkloosheid interessant. Deze modelverbeteringen zijn nog niet voldoende ontwikkeld om in de Methodenreeks op te nemen.

In deze bijdrage is een tijdreeksmodel ontwikkeld waarbij steekproefinformatie uit het verleden wordt gebruikt om de nauwkeurigheid van geschatte doelvariabelen te verbeteren voor een roterend panelontwerp. Deze methodiek is ook toepasbaar voor crossectionele onderzoeken, zie Krieg en Van den Brakel (2008a) of Boonstra et al. (2008) voor een beschrijving en toepassing op de EBB.

#### 4. Literatuur

- Bailar, B.A. (1975), The Effects of Rotation Group Bias on Estimates from Panel Surveys. *Journal of the American Statistical Association* 70, 23-30.
- Banning, R. en Knottnerus, P. (2010), *Methodenreeks: Thema: Steekproeftheorie, deelthema's Steekproefontwerpen en Ophoogmethoden*. Centraal Bureau voor de Statistiek, Den Haag.
- Binder, D.A. en Dick, J.P. (1990), A method for the analysis of seasonal ARIMA models. *Survey Methodology* 16, 239-253.
- Boonstra, H.J., Brakel, J.A. van den, Buelens, B., Krieg, S. en Smeets, M. (2008), *Towards Small Area Estimation at Statistics Netherlands*. *Metron* 56, 21-50.
- Boonstra H.J. en Buelens, B. (2007), *Methodenreeks: Thema: Modelmatig schattend deelthema's: Synthetische schatters en Kleinedomeinschatters*. BPA. nr. DMH-2007-12-18-HBTA-BBUS, Centraal Bureau voor de Statistiek, Heerlen.
- Brakel, J.A. van den (2005), *Small Area Estimators for the Dutch Labour Force Survey using Structural Time Series Models*. Research paper, BPA nr: TMO-R&D-2005-05-02-JBRL, Statistics Netherlands, Heerlen.
- Brakel, J.A. van den en Krieg, S. (2008a), *Estimation of the Monthly Unemployment Rate through Structural Time Series Modelling in Rotating Panel Design*. Discussion paper 08003, Statistics Netherlands.
- Brakel, J.A. van den en Krieg, S. (2008b), *Tijdreeksmodellen voor het schatten van maandelijkse cijfers over werkgelegenheid*. CBS-nota, BPA nr.: DMH-2008-07-03-JBRL, Centraal Bureau voor de Statistiek, Heerlen.
- Brakel, J.A. van den en Krieg, S. (2009a), *Structural time series modelling of the Monthly Unemployment in a Rotating Panel Design*. Discussion paper 09031, Statistics Netherlands.
- Brakel, J.A. van den en Krieg, S. (2009b), Estimation of the Monthly Unemployment Rate through Structural Time Series Modelling in Rotating Panel Design. *Survey Methodology* 16 (2), 177-190.
- Brakel, J.A. van den, Krieg, S. en Souren, M. (2009a), *Consistentie van modelschattingen voor werkloosheidscijfers*. CBS-nota, BPA nr.: DMH-2009-11-20-JBRL, Centraal Bureau voor de Statistiek, Heerlen.
- Brakel, J.A. van den, Krieg, S. en Souren, M. (2009b), *Maandcijfers versus voortschrijdende driemaandsgemiddelden over de beroepsbevolking*. CBS-nota, BPA nr.: DMH-2009-11-17-JBRL, Centraal Bureau voor de Statistiek, Heerlen.
- Brockwell, P.J. en Davis, R.A. (2002), *Introduction to time series and forecasting*. Springer-Verlag, New-York:.

- Doornik, J.A. (2007), *Object-oriented matrix programming using Ox 6<sup>th</sup> edition*. Timberlake Consultants Press, London.
- Durbin, J. en Koopman, S.J. (2001), *Time Series Analysis by State Space Methods*. Oxford University Press, Oxford.
- Findley, D.F., Monsell, B.C., Bell, W.R., Otto, M.C. en Chen, B.C. (1998), New capabilities and methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program. *Journal of Business and Economic Statistics* 16, 127-176 (with Discussion).
- Harvey, A.C. (1989), *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Janssen, B. en Souren, M. (2009), *Plausibiliteit maandcijfers over de beroepsbevolking*. Interne CBS nota, BPA nr.: SAH-2009-07-13-MSUN. Centraal Bureau voor de Statistiek, Heerlen.
- Koopman, S.J. (1997), Exact initial Kalman filtering and smoothing for non-stationary time series models. *Journal of the American Statistical Association* 92, 1630-1638.
- Koopman, S.J., Shephard, N. en Doornik, J.A. (2008), *SsfPack 3.0: Statistical algorithms for models in state space form*. Timberlake Consultants Press, London.
- Krieg, S. en Brakel, J.A. van den (2008a), *Estimation of the monthly unemployment rate for six domains through structural time series modelling*. CBS-rapport, BPA nr.: DMH-2008-06-30-SKRG, Centraal Bureau voor de Statistiek, Heerlen.
- Krieg, S. en Brakel, J.A. van den (2008b), *Consistentie van modelschattingen*. CBS-nota, BPA nr.: DMH-2008-12-11-SKRG, Centraal Bureau voor de Statistiek, Heerlen.
- Pfeffermann, D. (1991), Estimation and seasonal adjustment of population means using data from repeated surveys. *Journal of Business & Economic Statistics* 9, 163-175.
- Pfeffermann, D., Feder, M. en Signorelli, D. (1998), Estimation of autocorrelations of survey errors with application to trend estimation in small areas. *Journal of Business & Economic Statistics* 16, 339-348.
- Särndal, C.E., Swensson, B. en Wretman, J.H. (1992), *Model Assisted Survey Sampling*. Springer Verlag, New York.
- Tiller, R.B. (1992), Time series modelling of sample survey data from the U.S. current population survey. *Journal of Official Statistics* 8, 149-166.
- Tiller, R.B. (2006), Model-based labor force estimates for sub-national areas with large survey errors. Technical report, Bureau of Labor Statistics, Washington, <http://www.bls.gov/ore/abstract/st/st060010.htm>