



Nieuwe indexformules voor de statistiek producentenprijzen industrie

Ria Okkerse en Wim Vosselman

Samenvatting: Tegelijk met de basisverlegging naar 2000=100 is een nieuwe methode voor de indexberekening geïmplementeerd. Deze notitie schetst de achtergronden en de gemaakte keuzes.

De middeling van prijsontwikkelingen voor producten binnen een goederengroep en een bedrijf (zgn. prijsposten) vindt plaats via een meetkundig gemiddelde. Voor de weging van prijsontwikkelingen van de bedrijven naar een goederengroep op het laagste aggregatieniveau wordt een Lowe-index in kettingvorm gebruikt. De gewichten hebben telkens betrekking op jaar-4, waarbij deze aangepast worden aan het prijsniveau (per bedrijf) van december van het voorgaande jaar. Bij de basisverlegging in januari 2004 zullen deze zogeheten binnenwegingen dus betrekking hebben op omzetten en importen van 2000, 'price-updated' naar december 2003.

Te beïnvloeden in- en uitstroom van bedrijven en goederengroepen per bedrijf geschiedt telkens per december.

Als daartoe aanleiding bestaat, worden binnenwegingen (wegingsfactoren per bedrijf per goederengroep) jaarlijks aangepast door middel van een zogenaamde mini-basisverlegging. De buitenwegingen worden niet jaarlijks aangepast en zijn afkomstig uit het basisjaar (2000).

De nieuwe methode voorkomt de problemen die de oude indexformule had met extreme prijsschommelingen en grote variabiliteit van prijsontwikkelingen binnen bedrijven en goederengroepen (upward drift).

De auteurs danken Bert Balk en Jan de Haan voor hun commentaar en suggesties.

1. Inleiding

Tegelijk met de basisverlegging van de statistiek Producentenprijzen Industrie naar 2000=100 is een nieuwe methode voor de indexberekening geïmplementeerd. Deze veranderingen zijn ingegeven door een intern CBS-onderzoek uit 2002, waaruit bleek dat de oude methode een aantal extreme praktijksituaties slecht kon hanteren. Verder heeft voortschrijdend inzicht op indexcijfergebied en directere manieren van waarneming geleid tot een andere prioriteitstelling bij het kiezen van een indexformule.

Allereerst wordt hieronder in grote lijnen de opzet van de statistiek beschreven. Daarna komen de nieuwe indexformules aan bod. Vervolgens wordt beschreven hoe omgegaan zal worden met in- en uitstroom van waarnemingen. Als laatste wordt de behandeling van ontbrekende waarneming beschreven. De gekozen formules zijn herkenbaar aan de **vette** nummers voor de formules.

2. De opzet van de statistiek

In dit hoofdstuk wordt niet de totale opzet van de statistiek besproken, maar alleen dat gedeelte dat relevant is voor het begrijpen van de berekening van de indices.

De statistiek Producentenprijzen Industrie (verder PPI genoemd) bestrijkt in zijn waarneming in de eerste plaats producten uit de bedrijfstakken Winning van delfstoffen, de Industrie en de Productie en distributie van en handel in elektriciteit, aardgas, stoom en water. Voor bepaalde doeleinden worden ook prijzen van landbouwproducten waargenomen.

De PPI neemt prijzen waar naar drie afzetcategorieën:

- afzet in het binnenland van producten die in Nederland geproduceerd zijn (binnenlandse afzet);
- afzet in het buitenland van producten die in Nederland geproduceerd zijn (export);
- afzet in het binnenland van producten die in het buitenland geproduceerd zijn (import).

Waarneming van prijzen vindt voor de twee eerstgenoemde afzetcategorieën plaats bij bedrijven die de producten produceren; de importprijzen worden bij importerende bedrijven waargenomen.

Er worden prijzen verzameld voor nauw omschreven artikelen, die representatief zijn voor bepaalde productgroepen. De productgroepen komen uit de zogenaamde Prodcom-lijst, een classificatie die door het Europese Bureau voor de Statistiek (Eurostat) ontwikkeld is voor goederenstatistieken. De lijst bevat in totaal 5500 individuele goederengroepen. Niet voor alle 5500 goederengroepen worden prijzen waargenomen, maar alleen voor de in dit kader relevante. Er

wordt naar gestreefd om voor elke relevante goederengroep uit de Prodcom-lijst bij een bedrijf minimaal voor twee artikelen prijzen waar te nemen

De indices op het niveau van de Prodcom-lijst (8 digits) worden in de meeste gevallen niet gepubliceerd. Publicatie op goederengroepniveau vindt plaats voor aggregaten op 6-, 5- of zelfs 1-digit niveau.

Door gebruik te maken van de gebruik- en afzetverdelingen van goederengroepen per bedrijfsklasse uit de aanbod- en gebruiktabellen van de Nationale Rekeningen worden ook prijsindexcijfers voor groepen van bedrijven (volgens de Standaard Bedrijfsindeling, SBI) bepaald.

Naast de bovengenoemde primaire afzetcategorieën (binnenlandse afzet, export en import worden ook reeksen voor twee samengestelde afzetcategorieën gepubliceerd: totaal afzet Nederlandse producten (binnenlandse afzet + export) en totale afzet binnen Nederland (binnenlandse afzet + import).

De uitkomsten voor een bepaalde verslagmaand worden in totaal zes maal gepubliceerd: vijf keer als voorlopig cijfer en daarna definitief. Dit betekent dat als de indices van januari 2004 voor het eerst gepubliceerd worden, die van augustus 2003 definitief worden. Deze werkwijze geeft de gelegenheid om later binnenkomende waarnemingen en waarnemingen op kwartaalbasis toch nog in de uitkomsten te betrekken.

3. De indexformule

Er zijn in de indexformule van de PPI drie stappen nodig om van het laagste aggregatieniveau (prijswaarneming voor individuele artikelen; het jargon hiervoor is “prijsposten”) naar het hoogste niveau (bij voorbeeld 1-digit Prodcom-groep) te komen.

Stap 1: aggregatie van de prijsposten per berichtgever per Prodcom

Stap 2: een aggregatie over berichtgevers om te komen tot een indexcijfer per Prodcom

Stap 3: een aggregatie op Prodcom-niveau

Bij de berekeningen is sprake van een jaarcyclus die loopt van januari tot en met december ($m = 1, \dots, 12$), terwijl $m = 0$ staat voor december van het voorafgaande kalenderjaar. Er geldt $(0,j) = (12,j-1)$.

Gebruikte notatie:

$A_g^{(m,j),(m-1,j)}$: verzameling bedrijven met output in of input uit productgroep g waarvoor prijzen zowel in maand m als in maand $m-1$ beschikbaar zijn.

B_g : verzameling bedrijven met output in of input uit productgroep g

- G : verzameling productgroepen
- G' : verzameling productgroepen waarin in maand m waarneming is
- $I_g^{m,j}$: de prijsindex van Prodcod g in maand m van jaar j ten opzichte van basisjaar 2000.
- $M_{gb}^{(m,j),(m-1,j)}$: verzameling producten bij bedrijf b waarvan de prijzen in de maanden m en $m-1$ beschikbaar zijn
- $n_{gb}^{(m,j),(m-1,j)}$: aantal producten bij bedrijf b waarvan de prijzen in de maanden m en $m-1$ beschikbaar zijn
- P_{bgx}^m : prijswaarneming van product x van Prodcod-code g bij bedrijf b in maand m
- w_{gb}^0 : productiewaarde van bedrijf b in productgroep g in basisjaar 0
- w_{gb}^{j-4} : productiewaarde van bedrijf b in productgroep g in jaar $j-4$
- W_g^0 : wegingsfactor (productiewaarde) van productgroep g
- $\pi_{gb}^{(m,j),(m-1,j)}$: prijsverloop bij bedrijf b in productgroep g van maand m ten opzichte van de voorafgaande maand

3.1 Stap 1

In de oude formule, die gebruikt is voor de productie van de indices met basis 1995 = 100, bestond stap 1 uit een rekenkundige middeling van het maand-op-maand prijsverloop van de prijsposten binnen een bedrijf – Prodcod-combinatie.

$$(1) \quad \pi_{gb}^{(m,j),(m-1,j)} = \frac{\sum_{x \in M_{gb}^{(m,j),(m-1,j)}} (P_{gbx}^{m,j} / P_{gbx}^{m-1,j})}{n_{gb}^{(m,j),(m-1,j)}}$$

Formule (1) blijkt, in de context van kettingindexcijfers, gevoelig voor uitschieters. Zo komt de index na een extreme prijsmutatie niet meer terug op het oorspronkelijke niveau, ook als de prijs wél op het oorspronkelijke niveau terugkomt. In de nieuwe indexformule is dit potentiële probleem ondervangen door een meetkundige middeling van het maand-op-maand prijsverloop van de prijsposten binnen een bedrijf – Prodcod combinatie te gebruiken.

$$(2) \quad \pi_{gb}^{(m,j),(m-1,j)} = \left(\prod_{x \in M_{gb}^{(m,j),(m-1,j)}} \frac{P_{gbx}^{m,j}}{P_{gbx}^{m-1,j}} \right)^{1/n_{gb}^{(m,j),(m-1,j)}}$$

voor iedere $b \in B_g$.

3.2 Stap 2

In de oude indexformule werd bij de aggregatie van prijsontwikkelingen van bedrijven tot een het laagste Prodcom-niveau eerst het maand-op-maand prijsverloop per bedrijf rekenkundig gemiddeld, en dit werd vervolgens met een kettingindex omgezet naar een indexcijfer ten opzichte van het basisjaar:

$$(3) \quad I_g^{m,j} = I_g^{m-1,j} \times \frac{\sum_{b \in A_g^{(m,j),(m-1,j)}} W_{gb}^0 \pi_{gb}^{(m,j),(m-1,j)}}{\sum_{b \in A_g^{(m,j),(m-1,j)}} W_{gb}^0}$$

Omdat deze manier van werken kan leiden tot een opwaartse vertekening (upward drift), werd voor de nieuwe methode in eerste instantie gekozen voor een directe Laspeyres-index. Hierin worden per bedrijf de indices ten opzicht van het basisjaar gewogen gemiddeld:

$$(4) \quad I_g^{m,j} = \frac{\sum_{b \in B_g} W_{gb}^0 \pi_{gb}^{(m,j),0}}{\sum_{b \in B_g} W_{gb}^0}$$

Deze zogenaamde directe index heeft echter praktische bezwaren in een dynamische situatie, waarin bedrijven toetreden tot respectievelijk uittreden uit markten. De behoefte bestaat jaarlijks de steekproef van bedrijven en de bijbehorende gewichten te actualiseren. Anders wordt de periode tussen het basisjaar en het moment dat de steekproef verversd kan worden ten slotte erg lang (op dit moment 9 jaar) en kunnen de gewichten niet aangepast worden aan nieuwe marktomstandigheden.

In de nieuwe methode wordt daarom gewerkt met een Lowe-index, waarvan de gewichten jaarlijks aan de actualiteit kunnen worden aangepast. Het verschil tussen een Lowe-index en een Laspeyres-index is de referentieperiode van de gewichten. Bij een Laspeyres-index is dit de basisperiode, bij de Lowe-index kan de referentieperiode daarvan afwijken. De prijsindex voor maand t van jaar j ten opzichte van maand 12 van jaar $j-1$ wordt berekend als

$$(5) \quad I_g^{(m,j),(12,j-1)} = \frac{\sum_{b \in B_g} \tilde{W}_{gb}^{12,j-1} \pi_{gb}^{(m,j),(12,j-1)}}{\sum_{b \in B_g} \tilde{W}_{gb}^{12,j-1}},$$

waarin

$$(6) \quad \tilde{W}_{gb}^{12,j-1} = W_{gb}^{j-4} \pi_{gb}^{(12,j-1),(j-4)}.$$

Gegeven de beschikbare data wordt voor de wegingen dus gebruik gemaakt van de omzetten (beter gezegd: de geproduceerde hoeveelheden) uit referentieperiode $j-4$, aangepast voor prijsveranderingen tussen $j-4$ en december van $j-1$.

De directe Lowe-index, gegeven door (5), kan desgewenst herschreven worden als een product van maand-op-maand indices (zie bijlage A). In de praktijk heeft

dit voordelen, vooral bij het imputeren van (tijdelijk) ontbrekende waarnemingen.

De via formule (5) berekende indices worden in januari telkens via een kettingmechanisme aan elkaar gekoppeld:

$$(7) \quad I_g^{m,j} = I_g^{12,j-1} \times \frac{\sum_{b \in B_g} \tilde{w}_{gb}^{12,j-1} \pi_{gb}^{(m,j),(12,j-1)}}{\sum_{b \in B_g} \tilde{w}_{gb}^{12,j-1}} \quad \text{voor iedere } g \in G \text{ en } m = 1, \dots, 12.$$

Elk jaar in januari is er de gelegenheid de steekproef van bedrijven x Prodcod combinaties én hun gewichten aan te passen. De reeks indexcijfers start met

$$(8) \quad I_g^{0,2001} = 100,$$

waarbij $I_g^{0,2001}$ hier niet staat voor de prijsindex per december van het jaar 2000, maar voor de gemiddelde prijsindex over het jaar 2000.

3.3 Stap 3

De stap om te komen van een indexcijfer per Prodcod naar een indexcijfer op een hoger aggregatieniveau is ten opzichte van de oude situatie niet veranderd. De onderliggende indices van een aggregaat worden gewogen gemiddeld volgens

$$(9) \quad I_G^{m,j} = \frac{\sum_{g \in G} W_g^0 I_g^{m,j}}{\sum_{g \in G} W_g^0}.$$

Deze formule wordt ook gebruikt om te komen tot indexcijfers naar SBI. De gebruikte gewichten zijn de zogenaamde buitenwegingen, die het belang van de individuele goederengroep representeren. De buitenwegingen stammen uit 2000 en zijn vast tot een nieuwe basisverlegging. De buitenwegingen zijn afkomstig uit de aanbod- en gebruikstabellen van de Nationale Rekeningen.

4. In- en uitstroom van nieuwe waarnemingen

Tot aan de basisverlegging naar basis 2000=100 kon de in- en uitstroom van prijswaarnemingen in elke maand van het jaar plaatsvinden. Procesmatig heeft dit grote voordelen: er is spreiding van werkzaamheden in de tijd en afspraken met bedrijven hebben direct effect. Nadeel van deze werkwijze is dat de effecten van in- en uitstroom in elke maand van het jaar kunnen vallen; het toevoegen van een bedrijf met een groot gewicht kan grote effecten hebben op het verloop van de index.

Om dit geheel meer beheersbaar te maken, gaat de introductie van de nieuwe indexformule vergezeld van het gecontroleerd laten in- en uitstromen van waarnemingen, en wel in december. Tot in- en uitstroom behoort ook vervanging

van prijswaarnemingen door nieuwe. Er zijn 9 situaties te onderscheiden, die hieronder beschreven worden:

Situatie	Instroom	Uitstroom	Vervanging
Prijswaarnemingen per bedrijf	A	A	A
Bedrijven	B	B	B
Prodcom	Niet toegestaan	Stop publicatie	Niet toegestaan

A. Prijsposten per bedrijf

In de beginsituatie (bij de basisverlegging) geeft een bedrijf per goederengroep (Prodcom) van een aantal artikelen prijzen op. Als een artikel uitvalt, bij voorbeeld doordat het niet meer geproduceerd wordt, gaat de berekening gewoon verder met de prijsposten die er wél zijn. Wordt het product vervangen door een vergelijkbaar product, dan wordt er op de tot nu toe gebruikelijke manier ‘geschakeld’ met een vervangend product; eventueel met expliciete correctie voor kwaliteitsverandering. Komt er een nieuw product bij, dan gaat dat gewoon meedoen bij de prijsontwikkeling (vanaf het moment dat er twee opeenvolgende prijswaarnemingen zijn).

B. Bedrijven

Hier spelen verschillende zaken. Voor de duidelijkheid, tot instroom wordt gerekend:

1. Bedrijven die al in waarneming zijn voor bepaalde Prodcoms, waarbij waarneming gestart wordt voor een nieuwe Prodcom.
2. Bedrijven die al bij de basisverlegging in het bestand van de Prodcom-statistiek zaten, maar die tot nu toe nog niet in de waarneming van de PPI meegenomen zijn (voor welke Prodcom dan ook).
3. Bedrijven die in een jaar ná de basisverlegging nieuw in de Prodcom-statistiek mee zijn gaan doen (groei van het bedrijf, nieuwe instroom in de bedrijvenpopulatie).

In alle gevallen gaat het dus om de combinatie van Prodcom en bedrijf. Er zijn ook drie analoge situaties voor uitstroom (in het laatste geval gaat het om uitstroom van bedrijven uit de Prodcom-statistiek).

Het is de bedoeling om tijdens de basisverlegging én in de jaren daarop systematisch aandacht te hebben voor het op peil houden van de ‘steekproef’ van bedrijven. Naar aanleiding van uitval van bedrijven zal bekeken worden of de steekproef aanvulling nodig heeft en ook een toe- of afname van het aantal bedrijven zal in de steekproef verwerkt worden.

Zowel in- als uitstroom zal gecontroleerd uitgevoerd worden in die zin, dat in- en uitstroom zoveel mogelijk in een vaste maand (bv. januari¹) zal plaatsvinden. Deze werkwijze maakt de doorzichtigheid van het geheel ook beter; verder heeft alleen de analyse van de januari-uitkomsten gericht te worden op effecten van in- en uitstroom. In de praktijk vindt instroom in de waarneming overigens het hele jaar door plaats. Het daadwerkelijke gebruik van deze waarnemingen in de indexberekening begint pas in januari van het volgende jaar. Hiermee wordt een onaanvaardbare piek in de werkzaamheden voorkomen.

Natuurlijk kan niet alle uitstroom van waarnemingen gecontroleerd uitgevoerd worden: de effecten van bv. faillissement van een bedrijf of van veranderingen in het productie-assortiment worden direct meegenomen.

C. Prodcod-codes

Mutaties in de Prodcod-classificatie worden alleen doorgevoerd bij een basisverlegging; het pakket goederengroepen ligt dus telkens vijf jaar vast. Als gevolg hiervan zal de instroom van een nieuwe goederengroep of veranderingen in de Prodcod-lijst pas bij de eerstvolgende basisverlegging doorgevoerd worden. Het is natuurlijk wel mogelijk dat een bepaalde artikelgroep voor een afzetcategorie ‘leeg’ wordt; bv. als de productie van een artikelgroep in Nederland stopt. In dat geval zijn er geen prijswaarnemingen meer mogelijk. De indexreeks van de betrokken groep wordt dan bepaald door imputatie, maar de publicatie stopt.

5. Behandeling van ontbrekende waarnemingen

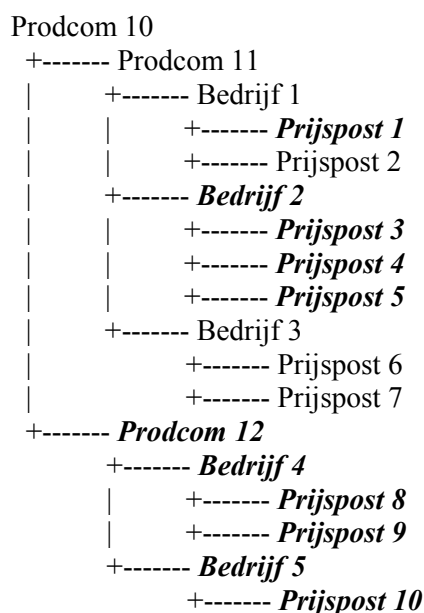
Door allerlei oorzaken zullen er bij de publicatie van de indices voor een maand prijswaarnemingen ontbreken. In de eerste plaats kunnen er wel formulieren uitgestuurd zijn, maar zijn deze (nog) niet terugontvangen en verwerkt. We spreken dan van non-respons. Daarnaast komt het voor dat in een goederengroep in het geheel geen waarnemingen gepland zijn, bv. omdat er geen bedrijven met deze goederengroep in de Prodcodstatistiek voorkomen of omdat het belang van deze goederengroep zeer beperkt is. Het spreekt vanzelf dat gepoogd wordt om non-respons zoveel mogelijk te voorkomen en dat het design van de statistiek erop gericht is om alle relevante goederengroepen in waarneming te hebben.

De behandeling van deze ontbrekende waarnemingen (non-respons of ‘by design’) in de berekening van de indices is een belangrijk deel van de nieuwe methode. Voor zover mogelijk wordt in alle gevallen geprobeerd om ontbrekende prijswaarnemingen te imputeren (= geautomatiseerd te vullen met een goede schatting). Deze werkwijze versterkt de relatie tussen de individuele prijswaarnemingen en de gepubliceerde indices. Verder worden

¹ Strikt genomen is het voorstel om december de schakelmaand te laten zijn. Nieuwe bedrijven worden in de berekening meegenomen vanaf prijspaars december-januari, Uit te stromen bedrijven blijven opgeven tot en met

prijzontwikkelingen in een door non-respons onderbroken prijsreeks meegenomen in de berekening van de indices. Mocht een artikel vóór de non-reponsperiode bijvoorbeeld EUR 20 kosten en erna EUR 30, dan was het in bepaalde situaties denkbaar dat deze prijsstijging bij de oude routines in meerdere of mindere mate genegeerd werd. In de nieuwe methodologie wordt een dergelijke stijging wel meegenomen. Overigens wordt een eventuele imputatie natuurlijk overschreven door een echte waarneming, zodra die beschikbaar komt. Verder zijn de imputaties herkenbaar. De imputatieroutines zijn zo gekozen, dat ze géén effect hebben op het maandelijkse prijsverloop; dit verloop wordt op basis van de respons berekend.

De effecten van ontbrekende waarnemingen kunnen voorkomen op drie niveaus: die van artikelen, bedrijven en goederengroepen. Hieronder worden ze wat uitvoeriger behandeld. Bij non-respons in een specifieke maand wordt geïmputeerd met het prijsverloop uit het naast hogere aggregaat. Ter illustratie onderstaande schema (non-respons vetgedrukt).



A. Prijsposten per bedrijf

Als een bedrijf voor een bepaalde goederengroep de prijzen voor twee of meer artikelen moet rapporteren en de prijs van bijvoorbeeld één van die artikelen ontbreekt, dan wordt de prijsontwikkeling van die goederengroep voor dat bedrijf bepaald op grond van de aanwezige prijzen (zie formule (2)). De ontbrekende prijs wordt geïmputeerd door de prijsontwikkeling van het bedrijf te vermenigvuldigen met de prijs uit de voorgaande maand.

Illustratie. Als in maand m van bedrijf 1 prijspost 1 ontbreekt, dan wordt de prijs voor die prijspost berekend door de prijs in maand $m-1$ te vermenigvuldigen met

december en worden meegenomen tot en met het prijsjaar november-december.

het maand-op-maand prijsverloop bij de berichtgever, berekend uit de wel bekende prijspost 2 ($\pi_{gb}^{(m,j),(m-1,j)}$).

B. Bedrijven

Heeft een bedrijf helemaal niet gerespondeerd, maar is er wel informatie beschikbaar van andere bedrijven in de betrokken goederengroep (Prodcom), dan zal het prijsverloop van de Prodcom berekend worden op grond van de wél responderende bedrijven en daarna gebruikt worden om alle prijsposten van het ontbrekende bedrijf te imputeren.

Illustratie. Als in maand m van bedrijf 2 alle prijsposten (3, 4, 5) ontbreken, dan wordt de prijs voor al die die prijsposten berekend door de prijs in maand $m-1$ te vermenigvuldigen met het maand-op-maandprijsverloop van de betrokken Prodcom (Prodcom 11), berekend uit de gegevens van wel responderende bedrijven (bedrijf 1 en bedrijf 3): $I_g^{m,j}/I_g^{m-1,j}$.

C. Prodcom-codes

Ontbreekt alle informatie uit een Prodcom g' dan zal het maand-op-maand prijsverloop uit een hoger gelegen Prodcom gebruikt moeten worden. Hiervoor worden de *prijsindices* van de onderliggende wel aanwezige Prodcoms rekenkundig gewogen gemiddeld voor m en $m-1$. Deze worden vervolgens op elkaar gedeeld. Hierbij moet er op gelet worden dat het aggregaat voor $m-1$ bestaat uit de goederengroepen waarvoor er in maand m op waarneming gebaseerde waarden beschikbaar zijn (deelverzameling G').

$$(10) \quad I_{g'}^{m,j} = \frac{\sum_{g \in G'} W_g^0 I_g^{m,j}}{\sum_{g \in G'} W_g^0 I_g^{m-1,j}} I_{g'}^{m-1,j}$$

Illustratie. Mist in maand m alle verwachte respons voor Prodcom 12, dan krijgt de index voor deze Prodcom dezelfde ontwikkeling ten opzichte van maand $m-1$ als de bovenliggende Prodcom (Prodcom 10), die via formule (10) bepaald wordt uit de ontwikkeling van Prodcom 11 ($I_g^{m,j}/I_g^{m-1,j}$). De prijsposten 8-10 van bedrijven 4 en 5 worden geïmputeerd door dezelfde prijsontwikkeling te gebruiken ten opzichte van de prijzen in maand $m-1$.

Als er 'by design' geen prijswaarnemingen zijn, wordt alleen de index geïmputeerd. Natuurlijk worden goederengroepen die (voornamelijk) uit imputaties bestaan niet afzonderlijk gepubliceerd.

Literatuur

ILO e.a. (2002): Producer price index manual (draft version)

ILO e.a. (2004): Consumer price index manual, theory and practice

Bijlage A. Maand-op-maand mutatie van een Lowe prijsindex

De prijsindex van Lowe gebaseerd op hoeveelheden uit jaar $(j-4)$ en prijzen uit december (12) van jaar $j-1$ is in formule (5) gedefinieerd als

$$I_g^{m,j} = \frac{\sum_{b \in B_g} \tilde{W}_{gb}^{12,j-1} \pi_{gb}^{(m,j),(12,j-1)}}{\sum_{b \in B_g} \tilde{W}_{gb}^{12,j-1}} .$$

Het quotiënt van twee opeenvolgende prijsindices kunnen we schrijven als

$$\begin{aligned} \frac{I_g^{m,j}}{I_g^{m-1,j}} &= \frac{\sum_{b \in B_g} \tilde{W}_{gb}^{12,j-1} \pi_{gb}^{(m,j),(12,j-1)}}{\sum_{b \in B_g} \tilde{W}_{gb}^{12,j-1} \pi_{gb}^{(m-1,j),(12,j-1)}} = \frac{\sum_{b \in B_g} \tilde{W}_{gb}^{12,j-1} \pi_{gb}^{(m-1,j),(12,j-1)} \left[\frac{\pi_{gb}^{(m,j),(12,j-1)}}{\pi_{gb}^{(m-1,j),(12,j-1)}} \right]}{\sum_{b \in B_g} \tilde{W}_{gb}^{12,j-1} \pi_{gb}^{(m-1,j),(12,j-1)}} \\ &= \frac{\sum_{b \in B_g} \tilde{W}_{gb}^{m-1,j} \pi_{gb}^{(m,j),(m-1,j)}}{\sum_{b \in B_g} \tilde{W}_{gb}^{m-1,j}} \end{aligned}$$

waarin

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{gb}^{m-1,j} &= \tilde{W}_{gb}^{12,j-1} \pi_{gb}^{(m-1,j),(12,j-1)} = W_{gb}^{j-4} \pi_{gb}^{(12,j-1),(j-4)} \pi_{gb}^{(m-1,j),(12,j-1)} \\ \pi_{gb}^{(m,j),(m-1,j)} &= \pi_{gb}^{(m,j),(12,j-1)} / \pi_{gb}^{(m-1,j),(12,j-1)} \end{aligned}$$

De directe Lowe-index is daarom te schrijven als een product van maandelijkse veranderingen waarin de gewichten maandelijks variëren:

$$I_g^{m,j} = I_g^{m-1,j} \times \frac{\sum_{b \in B_g} \tilde{W}_{gb}^{m-1,j} \pi_{gb}^{(m,j),(m-1,j)}}{\sum_{b \in B_g} \tilde{W}_{gb}^{m-1,j}} .$$