



Paper

Herziening gewichten- regeling primair onderwijs

**Fase 3: bijschatting voor niet-ingeschreven
leerlingen**

Hanneke Posthumus

Sander Scholtus

Jamie Graham

Karolijne van der Houwen

Inhoudsopgave

1. Inleiding	3
2. Methoden	5
2.1 Oorspronkelijke aanpak	5
2.2 Alternatieve imputatiemethoden	6
2.3 Kwaliteit bepalen	8
3. Data en resultaten	9
3.1 Data	9
3.2 Vergelijking geïmputeerde scores bij verschillende methoden	9
3.3 Vergelijking geïmputeerde scores en verwachte scores	11
4. Betrouwbaarheid	15
5. Conclusie	17
Bijlage 1. Afleiding variantie gemiddelde schoolscore	18

1. Inleiding

Sinds de jaren zeventig bestaat er in Nederland beleid om de onderwijskansen van kinderen uit achterstandsmilieus te verbeteren. In het primair onderwijs gebruikt het ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap (OCW) daarvoor momenteel de gewichtenregeling en impulsregeling. De impulsregeling laten we in dit rapport buiten beschouwing. De gewichtenregeling is in de huidige vorm gebaseerd op het opleidingsniveau van de ouders van basisschoolleerlingen. Kinderen van wie de ouders een laag opleidingsniveau hebben genoten krijgen een gewicht toegekend. Het ministerie verdeelt extra budget voor het wegwerken van onderwijsachterstanden over de basisscholen op basis van het totale gewicht van hun leerlingenpopulaties. De benodigde informatie over de opleidingsniveaus van de ouders wordt verzameld en aangeleverd door de scholen.

Vragen over zowel de theoretische onderbouwing als de uitvoeringskosten van de huidige gewichtenregeling waren voor het ministerie van OCW aanleiding om het Centraal Bureau voor de Statistiek (CBS) in 2016 te vragen een nieuw model te ontwikkelen voor het bepalen van verwachte onderwijsachterstanden in het basisonderwijs. De benodigde informatie is afkomstig uit centraal beschikbare registers en hoeft dus niet meer te worden aangeleverd door scholen. De ontwikkeling van het nieuwe model is beschreven in het eerste¹ van twee methodologische rapporten. Per leerling geeft het model een verwachte Cito-score, waarbij gecorrigeerd is voor de invloed van intelligentie. Hoe verder de verwachte Cito-score voor een leerling naar beneden afwijkt van het landelijke gemiddelde, des te groter is de verwachte onderwijsachterstand van die leerling. Vervolgens is verkend hoe men uit deze verwachte Cito-scores een totaalscore per basisschool zou kunnen afleiden, op basis waarvan OCW het beschikbare budget voor onderwijsachterstanden kan verdelen. De uitkomsten van dit deel van het onderzoek zijn beschreven in het tweede methodologische rapport.²

Inmiddels is het ministerie van OCW bezig met het ontwerpen van een nieuwe regeling die de bestaande gewichtenregeling zou moeten vervangen, op basis van de resultaten van het CBS-onderzoek. Daarbij liep het ministerie er tegenaan dat de uitkomsten voor scholen met veel kinderen die niet in de Basisregistratie Personen (BRP) zijn ingeschreven niet betrouwbaar zijn. Om dit probleem op te lossen heeft OCW het CBS gevraagd vervolgonderzoek te doen naar de geschatte onderwijsachterstanden van leerlingen die niet zijn ingeschreven in de BRP; is de kwaliteit van die schatting te verbeteren?

De BRP is de bevolkingsadministratie van personen die in Nederland wonen of gewoond hebben. Het CBS-model voor verwachte Cito-scores maakt gebruik van informatie uit de BRP zelf en van informatie uit andere registers die aan de BRP gekoppeld worden. Er is echter een klein aantal basisschoolleerlingen die niet (dat wil zeggen: nog nooit) zijn ingeschreven in de BRP. Het gaat hierbij met name om drie groepen: kinderen van asielzoekers die recent in Nederland zijn aangekomen, kinderen van expats en kinderen die wonen in Duitsland of België maar in Nederland naar school gaan. Voor deze leerlingen kan het CBS geen verwachte Cito-scores berekenen. In het eerdere

¹ H. Posthumus, B. Bakker, J. van der Laan, M. de Mooij, S. Scholtus, M. Tepic, J. van den Tillaart en N. de Vette (2016), Herziening gewichtenregeling primair onderwijs – Fase I. Rapport, CBS, Den Haag. URL: <https://www.cbs.nl/nl-nl/maatwerk/2016/50/herziening-gewichtenregeling-primair-onderwijs-fase-i>

² H. Posthumus, B. Bakker, J. Graham, K. van der Houwen en S. Scholtus (2017), Herziening gewichtenregeling primair onderwijs – Fase 2: resultaten voor scholen en gemeenten. Rapport, CBS, Den Haag. URL: <https://www.cbs.nl/nl-nl/maatwerk/2017/04/herziening-gewichtenregeling-primair-onderwijs-fase-ii>

onderzoek heeft het CBS een zeer eenvoudige methode gebruikt om de bijdrage van deze leerlingen aan de totaalscore per school te schatten (zie paragraaf 2). Voor scholen met slechts enkele leerlingen die niet in de BRP voorkomen is deze methode toereikend. Echter, als een school relatief veel van zulke leerlingen heeft is het risico groot dat de geschatte score een verkeerd beeld geeft van de werkelijke achterstandsproblematiek op die school. In het tweede methodologische rapport heeft het CBS daarom uit voorzorg gekozen om scholen met een substantieel aantal (10 of meer) én aandeel (5% of meer) leerlingen die niet in de BRP voorkomen niet mee te nemen in de analyses. In de praktijk voldoen enkele tientallen scholen (van de ruim 6000 basisscholen in Nederland) aan dit criterium.

OCW heeft het CBS gevraagd om drie alternatieve methoden te onderzoeken voor het bijschatten van de verwachte Cito-scores van leerlingen die niet in de BRP zijn ingeschreven. Ook heeft OCW gevraagd om de kwaliteit van de schattingen uit deze methoden – voor zover mogelijk – vast te stellen en te vergelijken. Door de beste methode te kiezen zou het mogelijk moeten zijn om voor meer scholen een schoolscore te bepalen die voor OCW voldoende betrouwbaar is om te gebruiken voor de verdeling van het gewichtenregeling-budget.

Dit rapport beschrijft de resultaten van dit onderzoek. De opbouw is als volgt. Paragraaf 2 gaat verder in op het probleem van het schatten van verwachte onderwijsachterstanden bij kinderen buiten de BRP. De methode die tot nu toe is gebruikt wordt beschreven, gevolgd door drie nieuwe methoden. De alternatieve methoden maken gebruik van aanvullende informatie en leiden daarom naar verwachting tot betere schattingen. Er wordt een aanpak uitgewerkt om te onderzoeken of dit inderdaad het geval is. De resultaten van dit onderzoek worden beschreven in paragraaf 3. Op basis van deze resultaten is, in overleg met OCW, een nieuwe imputatiemethode gekozen. Paragraaf 4 gaat in op de betrouwbaarheid van de uitkomsten voor scholen met leerlingen die niet voorkomen in de BRP bij toepassing van deze nieuwe methode. Het rapport wordt afgesloten met enkele conclusies in paragraaf 5.

2. Methoden

2.1 Oorspronkelijke aanpak

Om voor een toekomstige gewichtenregeling per school de verwachte onderwijsachterstanden vast te kunnen stellen op basis van het CBS-model, moeten de volgende stappen worden doorlopen:

- Het CBS ontvangt jaarlijks een bestand van de Dienst Uitvoering Onderwijs (DUO) met alle kinderen die op 1 oktober van dat jaar zijn ingeschreven bij een basisschool (exclusief speciaal basisonderwijs en “varende kleuters”). Via een koppeling aan de BRP voegt het CBS relevante achtergrondkenmerken toe aan dit bestand.
- Voor alle leerlingen in het verrijkte bestand berekent het CBS een verwachte Cito-score volgens het uitgebreide model dat is beschreven in het eerste methodologische rapport van het CBS. Hierbij wordt de verwachte Cito-score bepaald door de volgende kenmerken: het opleidingsniveau van zowel de vader als de moeder, de herkomst van de ouders, de verblijfsduur van de moeder in Nederland, of de ouders in de schuldsanering zitten en het gemiddelde opleidingsniveau van de moeders op de school van het kind. De verwachte Cito-score van kind i wordt genoteerd als y_i .
- De individuele verwachte Cito-scores worden geaggregeerd tot schoolscores. De precieze formule voor het berekenen van de schoolscore wordt uiteindelijk gekozen door OCW. Het CBS heeft drie varianten onderzocht. In het tweede methodologische rapport is vooral aandacht besteed aan de volgende variant:

$$S = \sum_{i \in \text{school}} \max\{0, (q_{20\%} - y_i)\},$$

met $q_{20\%}$ het 20^{ste} percentiel van de verdeling van verwachte Cito-scores van alle basisschoolleerlingen in Nederland. Bij deze variant tellen alleen leerlingen met een verwachte Cito-score onder dit 20^{ste} percentiel mee in de schoolscore, met als gewicht het aantal punten dat hun verwachte Cito-score onder het 20^{ste} percentiel ligt.³

Meer details over de bovenstaande stappen zijn te vinden in de twee methodologische rapporten.

Voor basisschoolleerlingen die niet zijn ingeschreven in de BRP zijn de meeste kenmerken uit het CBS-model onbekend, met als gevolg dat de verwachte Cito-score y_i niet kan worden bepaald op de bovenstaande manier.⁴ Het CBS heeft de volgende methode gebruikt om aan deze leerlingen toch een verwachte Cito-score toe te kennen.

³ In vervolgonderzoek naar een nieuwe gewichtenregeling heeft OCW zelf nog andere varianten onderzocht. In het bijzonder gaat het dan om varianten waarbij de scores onder het 20^{ste} percentiel worden ingedeeld in een beperkt aantal categorieën en waarbij de schoolscore bestaat uit een gewogen telling van het aantal leerlingen per categorie. De resultaten uit het tweede methodologische rapport suggereren dat de keuze tussen een ‘continue’ en een ‘categoriale’ variant geen groot effect heeft op de uitkomsten. In dit rapport wordt gewerkt met de CBS-variant.

⁴ Ditzelfde geldt voor kinderen van wie een of beide ouders onbekend zijn of niet voorkomen in de BRP. Bij deze laatste groep zijn, anders dan bij kinderen die zelf niet in de BRP voorkomen, wel kenmerken van het kind en (meestal) één van de ouders bekend. Het CBS imputeerde bij deze kinderen de verwachte Cito-score van een andere leerling op dezelfde school die zo goed mogelijk lijkt op de te imputeren leerling volgens de bekende achtergrondkenmerken. Omdat bij deze imputatie van veel meer hulpinformatie gebruik wordt gemaakt dan bij kinderen die niet in de BRP zitten, is de kwaliteit van de imputaties naar verwachting (veel) beter. Er is daarom geen vervolgonderzoek uitgevoerd naar mogelijkheden om de kwaliteit van de imputaties bij deze kinderen verder te verbeteren.

Methode 1 (“origineel”)

Als een leerling niet is ingeschreven in de BRP, imputeer dan de verwachte Cito-score van een willekeurige andere leerling op dezelfde school die wel in de BRP voorkomt.

Op deze manier kunnen de leerlingen die niet voorkomen in de BRP toch worden meegenomen bij het bepalen van de schoolscore S . Afgezien van het BRIN-nummer van de school gebruikt methode 1 geen informatie over het kind zelf. Op individueel niveau zeggen de geïmputeerde scores daarom weinig over de verwachte onderwijsachterstanden bij deze leerlingen. Dit is vooral problematisch omdat de kinderen die niet voorkomen in de BRP een heterogene groep vormen: de drie deelgroepen die in de inleiding zijn genoemd (kinderen van asielzoekers, expats en kinderen uit grensgemeenten) hebben in verschillende mate te maken met onderwijsachterstanden. Methode 1 maakt echter geen onderscheid tussen deze deelgroepen. Het ligt daarom voor de hand dat de geïmputeerde scores bij deze methode voor een deel van de kinderen vertekend zijn. Voor een school met relatief veel leerlingen die niet voorkomen in de BRP kan deze vertekening doorwerken in de schoolscore. Daarom heeft het CBS schoolscores in het vorige onderzoek uit voorzorg niet in de analyses gebruikt wanneer een school 10 of meer leerlingen heeft die niet zijn ingeschreven in de BRP, waarbij deze leerlingen bovendien minimaal 5% van de schoolpopulatie uitmaken.

2.2 Alternatieve imputatiemethoden

In overleg met OCW zijn drie alternatieve methoden bedacht voor het imputeren van verwachte Cito-scores bij leerlingen die niet voorkomen in de BRP. De verwachting is dat de imputaties bij deze methoden iets nauwkeuriger zijn, omdat ze gebruikmaken van meer achtergrondinformatie. Wel is het nu eenmaal zo dat het CBS weinig informatie heeft over personen die niet zijn ingeschreven in de BRP. Het is niet realistisch om te verwachten dat voor deze kinderen verwachte Cito-scores zouden kunnen worden bepaald van dezelfde kwaliteit als voor kinderen die wel in de BRP voorkomen.

De alternatieve methoden hebben vooral als doel om de imputaties te verbeteren voor kinderen van asielzoekers. Binnen de groep leerlingen die niet ingeschreven zijn in de BRP is dit waarschijnlijk de deelgroep met de grootste onderwijsachterstanden en daarmee ook de deelgroep waarvoor methode 1 leidt tot de grootste vertekening. Het ministerie van OCW heeft een lijst aangeleverd van 30 scholen (BRIN-nummers) die veel te maken hebben met asielzoekers. Het gaat dan om AZC-scholen en eerste opvangscholen. In 2014 voldeden deze 30 scholen overigens allemaal aan het bovengenoemde CBS-criterium. In het tweede methodologische rapport werden deze scholen dus uitgesloten in de analyses op schoolniveau.

De eerste twee alternatieve imputatiemethoden maken gebruik van de lijst van AZC- en eerste opvangscholen. De eerste alternatieve methode werkt als volgt.

Methode 2 (“AZC_L20”)

- Als een leerling op een AZC- of eerste opvangschool niet is ingeschreven in de BRP, imputeer dan de verwachte Cito-score van een willekeurige andere leerling op dezelfde school die wel in de BRP voorkomt, van wie de verwachte Cito-score behoort tot de laagste 20% ($y_i < q_{20\%}$).
- Als een leerling niet is ingeschreven in de BRP en de leerling zit niet op een AZC- of eerste opvangschool, pas dan methode 1 toe.

Merk op: bij methode 2 krijgen alle leerlingen op AZC- of eerste opvangscholen die niet voorkomen in de BRP automatisch een positieve bijdrage in de schoolscore. Deze methode gaat er dus van uit

dat al deze kinderen te maken hebben met een verwachte onderwijsachterstand. Methode 3 is minder extreem.

Methode 3 (“AZC_Herkomst”)

- Als een leerling op een AZC- of eerste opvangschool niet is ingeschreven in de BRP, imputeer dan de verwachte Cito-score van een willekeurige andere leerling op dezelfde school die wel in de BRP voorkomt, van wie het herkomstland van de ouders behoort tot de categorie “Noord-Afrika” of “Rest Afrika, rest Azië, rest Latijns Amerika”.
- Als een leerling niet is ingeschreven in de BRP en de leerling zit niet op een AZC- of eerste opvangschool, pas dan methode 1 toe.

In methode 3 is ervoor gekozen om scores toe te kennen van kinderen met ouders van wie het herkomstland behoort tot de categorieën “Noord-Afrika” en “Rest Afrika, rest Azië, rest Latijns Amerika” omdat de landen waaruit de laatste jaren de meeste asielzoekers naar Nederland zijn gekomen voornamelijk tot deze twee categorieën behoren. Meer informatie over het kenmerk herkomst van de ouders is te vinden in het eerste methodologische rapport en Bijlage 1 van het tweede methodologische rapport. De categorieën “Noord-Afrika” en “Rest Afrika, rest Azië, rest Latijns Amerika” hebben vergelijkbare coëfficiënten in het model waarmee verwachte Cito-scores worden berekend.

De laatste alternatieve methode (methode 4) maakt gebruik van informatie over de regeling “Nederlands Onderwijs Anders Taligen” (NOAT). Een leerling valt onder de NOAT-regeling – en heeft dan het kenmerk NOAT = 2 – als hij/zij voldoet aan een van de volgende criteria:

- behoort tot de Molukse bevolkingsgroep;
- ten minste een van de ouders of voogden is afkomstig uit Griekenland, Italië, het voormalige Joegoslavië, Kaapverdië, Marokko, Portugal, Spanje, Tunesië of Turkije;
- ten minste een van de ouders of voogden is afkomstig uit Suriname, de voormalige Nederlandse Antillen of Aruba;
- ten minste een van de ouders of voogden heeft als vreemdeling rechtmatig verblijf als bedoeld in artikel 8, onder c of d, van de Vreemdelingenwet 2000;
- ten minste een van de ouders of voogden is afkomstig uit een ander niet-Engelstalig land buiten Europa, echter met uitzondering van Indonesië.

Leerlingen die niet voldoen aan de criteria van de NOAT-regeling hebben het kenmerk NOAT = 1. Voor de meeste basisschoolleerlingen is bekend of zij onder de NOAT-regeling vallen, ook als zij niet zijn ingeschreven in de BRP.⁵ Het idee achter methode 4 is om het NOAT-kenmerk te gebruiken als proxy voor het onderscheid tussen enerzijds kinderen van asielzoekers (zij zullen voornamelijk behoren tot de groep NOAT = 2) en anderzijds kinderen van expats en kinderen uit grensgemeenten (zij zullen voornamelijk behoren tot de groep NOAT = 1).

Methode 4 (“NOAT”)

- Als een NOAT 2-leerling niet is ingeschreven in de BRP, imputeer dan de verwachte Cito-score van een willekeurige andere NOAT 2-leerling – indien mogelijk op dezelfde school, anders uit dezelfde gemeente – die wel in de BRP voorkomt.
- Als een NOAT 1-leerling niet is ingeschreven in de BRP, pas dan methode 1 toe.

⁵ Leerlingen voor wie onbekend is of zij onder de NOAT-regeling vallen zijn in dit onderzoek beschouwd als NOAT 1-leerlingen.

Alle bovenstaande methoden zijn varianten van de zogenaamde “random hot deck”-imputatiemethode.⁶ Elke leerling zonder verwachte Cito-score wordt gekoppeld aan een “soortgelijke” leerling die wel voorkomt in de BRP en de verwachte Cito-score van deze leerling wordt gebruikt als imputatie. De vier methoden verschillen in het type achtergrondinformatie dat wordt gebruikt om “soortgelijke” leerlingen te vinden.

2.3 Kwaliteit bepalen

Door de vier imputatiemethoden toe te passen op hetzelfde leerlingenbestand kunnen de uitkomsten van deze methoden worden vergeleken. Op deze manier kan echter nog niet worden vastgesteld welke methode het beste werkt, omdat de werkelijke (volgens het model verwachte) Cito-scores van de leerlingen die niet voorkomen in de BRP onbekend zijn.

Een deel van de kinderen die op een gegeven datum niet ingeschreven zijn in de BRP wordt later alsnog ingeschreven. Het gaat dan met name om kinderen van asielzoekers. Na inschrijving in de BRP kunnen de verwachte Cito-scores volgens het model worden bepaald en vergeleken met de eerder geïmputeerde waarden. Om de kwaliteit van de imputatiemethoden toch te kunnen vergelijken, althans voor een deel van de leerlingen die niet in de BRP voorkomen, zijn de leerlingenbestanden van drie jaren (2014, 2015 en 2016) aan elkaar gekoppeld en is gezocht naar kinderen die in 2014 nog niet voorkwamen in de BRP maar in 2015 of 2016 wel. Voor die kinderen is geanalyseerd in hoeverre hun (op basis van verschillende methodes) geïmputeerde verwachte Cito-scores en werkelijke verwachte Cito-scores overeenkomen.

⁶ Zie bijvoorbeeld: A. Israëls, L. Kuijvenhoven, J. van der Laan, J. Pannekoek en E. Schulte Nordholt (2011), Imputatie. Rapport (Statistische Methoden 201101), CBS, Den Haag. URL: <https://www.cbs.nl/nl-nl/onze-diensten/methoden/statistische-methoden/throughput/throughput/imputatie>

3. Data en resultaten

3.1 Data

Het basisbestand is een bestaand bestand met verwachte Cito-scores gebaseerd op de leerlingtelling van 1 oktober 2014. Dit bestand is gemaakt volgens de aanpak die is samengevat in paragraaf 2.1; voor details over de gebruikte data en de onderliggende methoden verwijzen we naar het tweede methodologische rapport, in het bijzonder Bijlage 1. Voor leerlingen die niet in de BRP voorkomen bevat dit bestand geïmputeerde Cito-scores gebaseerd op methode 1. Het bestand bevat 6549 scholen (BRIN-nummers), waarvan er 71 voldoen aan het criterium dat een school 10 of meer leerlingen heeft die niet zijn ingeschreven in de BRP, waarbij deze leerlingen bovendien minimaal 5% van de schoolpopulatie uitmaken.

Verder wordt gebruikgemaakt van twee soortgelijke bestanden gebaseerd op de leerlingtellingen van 1 oktober 2015 en 1 oktober 2016. Ook deze bestanden bevatten verwachte Cito-scores die zijn berekend zoals beschreven in het tweede methodologische rapport.

Tabel 1 toont de verdeling van het aantal leerlingen dat wel en niet is ingeschreven in de BRP voor de drie bestanden.⁷

Tabel 1. Aantallen leerlingen volgens de leerlingtellingen van 2014, 2015 en 2016.

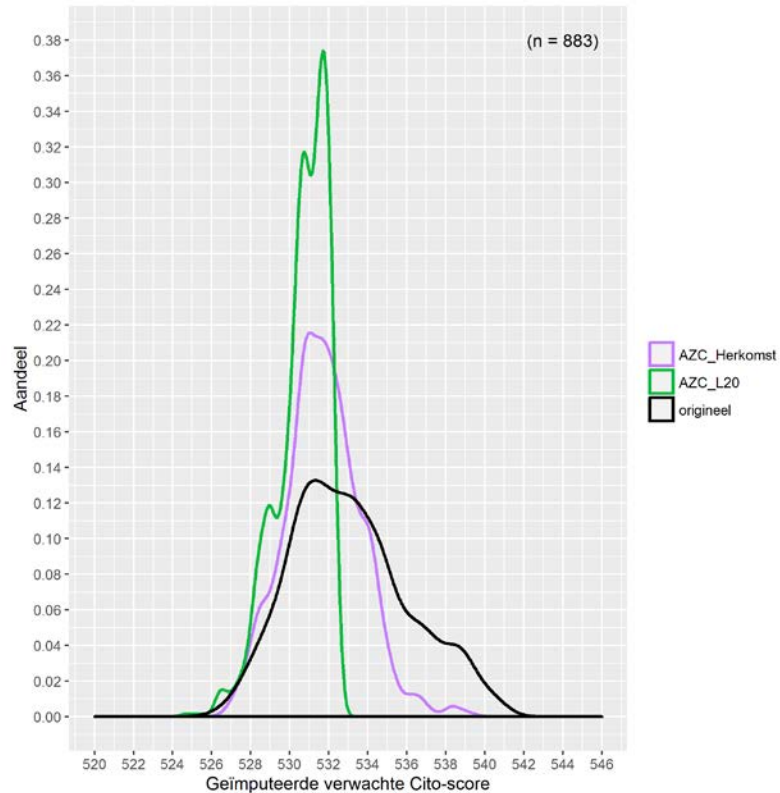
	1-10-2014	1-10-2015	1-10-2016
aantal leerlingen wel in BRP	1 451 688	1 437 219	1 419 963
aantal leerlingen niet in BRP	5 690	5 853	7 490
totaal aantal leerlingen	1 457 378	1 443 072	1 427 453

Voor de 5690 leerlingen uit het bestand van 2014 die niet voorkomen in de BRP zijn de alternatieve imputatiemethoden 2 tot en met 4 toegepast. Deze methoden leiden slechts voor een deel van de leerlingen tot andere scores dan methode 1. Methode 2 en 3 zijn alleen van toepassing op leerlingen op een AZC- of eerste opvangschool; in 2014 betrof dit 883 van de 5690 leerlingen (16%). Methode 4 is alleen van toepassing op NOAT 2-leerlingen; in 2014 betrof dit 2882 van de 5690 leerlingen (51%). Om overbodige ruis in de analyses te voorkomen, zijn de scores voor de leerlingen waarvoor een nieuwe methode conceptueel gelijk is aan methode 1 hier niet opnieuw geïmputeerd, maar blijven de oorspronkelijke imputatiewaarden staan.

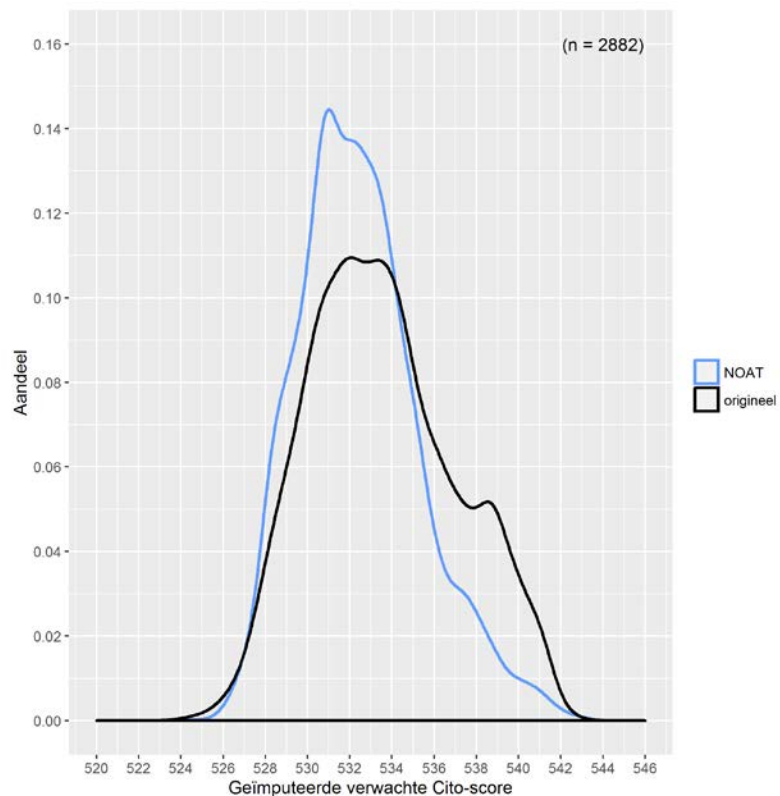
3.2 Vergelijking geïmputeerde scores bij verschillende methoden

Figuur 1 toont een vergelijking tussen de verdeling van de geïmputeerde Cito-scores bij methoden 1 tot en met 3 voor de 883 kinderen in het bestand van 2014 op AZC- of eerste opvangscholen die niet zijn ingeschreven in de BRP. Het is duidelijk dat methoden 2 en 3 leiden tot meer lage scores dan methode 1. Bij methode 2 worden, per definitie, geen scores geïmputeerd boven 532,3, het 20^{ste} percentiel van de verwachte Cito-score voor alle basisschoolleerlingen in 2014.

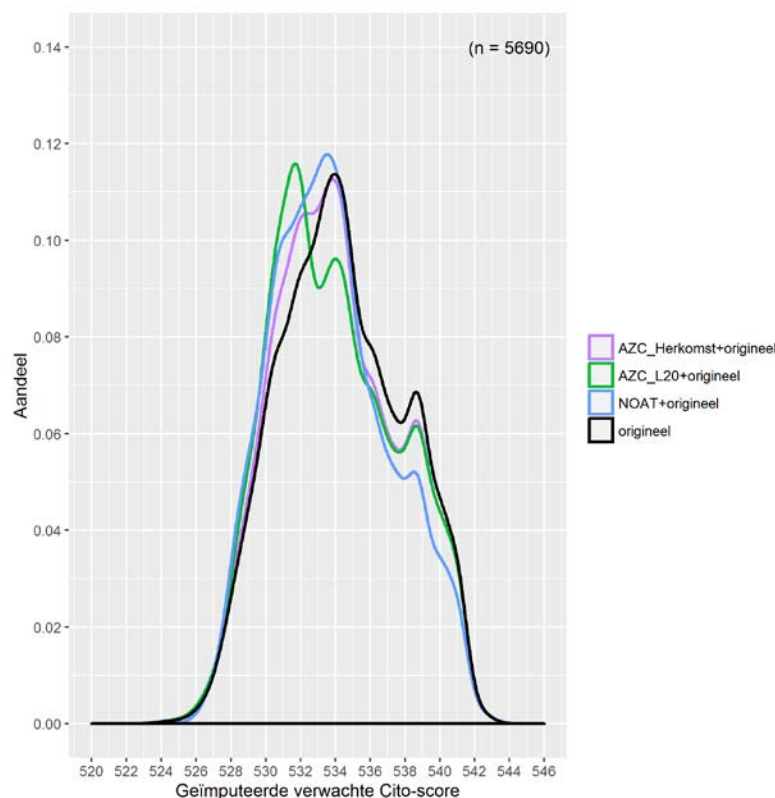
⁷ De bestanden bevatten ook kinderen van 2,5 tot en met 3 jaar die nog niet naar school gaan, omdat deze relevant zijn voor het gebruik van de regeling bij het gemeentelijk onderwijsachterstandenbeleid (zie het tweede methodologische rapport). Niet-schoolgaande kinderen in deze bestanden zijn per definitie ingeschreven in de BRP, omdat ze anders niet in beeld zouden zijn bij het CBS. In dit rapport laten we de niet-schoolgaande kinderen daarom buiten beschouwing. Ook worden kinderen met schoolcode 27MK, de zogenaamde varende kleuters, buiten beschouwing gelaten.



Figuur 1. Verdeling van scores bij methoden 1 (“origineel”), 2 (“AZC_L20”) en 3 (“AZC_Herkomst”) voor leerlingen op AZC- en eerste opvangscholen die niet voorkomen in de BRP (2014).



Figuur 2. Verdeling van scores bij methoden 1 (“origineel”) en 4 (“NOAT”) voor leerlingen met het kenmerk NOAT = 2 die niet voorkomen in de BRP (2014).



Figuur 3. Verdeling van scores bij methoden 1 tot en met 4 voor alle leerlingen die niet voorkomen in de BRP (2014).

Figuur 2⁸ toont een soortgelijke vergelijking tussen methode 1 en 4 voor de 2882 NOAT 2-kinderen in het bestand. Ook hier verschuift de verdeling van de scores naar links bij de nieuwe methode.

Voor een volledige vergelijking tussen de vier imputatiemethoden toont Figuur 3 de verdelingen van de geïmputeerde scores voor alle 5690 kinderen in het bestand die niet zijn ingeschreven in de BRP. De verschillen tussen de methoden zijn nu kleiner, omdat methode 1 wordt toegepast op alle kinderen die niet voldoen aan de extra voorwaarden uit methode 2 tot en met 4.

3.3 Vergelijking geïmputeerde scores en verwachte scores

Van de 5690 leerlingen in het bestand van 2014 die niet voorkomen in de BRP zijn er 4001 teruggevonden in het bestand van 2015 en 3093 in het bestand van 2016. Van deze kinderen zijn er in 2015 inmiddels 751 wel ingeschreven in de BRP. Voor deze 751 kinderen beschikt het CBS dus over een geïmputeerde Cito-score in 2014 en een uit het reguliere model bepaalde verwachte Cito-score in 2015. Deze scores worden vergeleken om een indicatie van de kwaliteit van de imputaties te krijgen. Bij een ideale imputatiemethode zou er geen verschil tussen de scores zijn. Analoog blijken 567 van de 5690 kinderen die in 2014 niet in de BRP stonden ingeschreven, wel voor te komen in het bestand van 2016 met een inschrijving in de BRP. Voor deze kinderen worden de geïmputeerde Cito-scores in 2014 vergeleken met de reguliere verwachte Cito-scores in 2016.

Ook voor kinderen die steeds in de BRP zitten, kan de verwachte Cito-score jaarlijks wijzigen: dit is het geval als de score van een kind op een of meer van de kenmerken in het CBS-model verandert.

⁸ Omdat de figuren 1, 2 en 3 betrekking hebben op verschillende populaties, verschilt de verdeling van de originele methode in de figuren. Ook verschilt de schaal van de y-as per figuur.

(In de praktijk betekent dit dat de verwachte Cito-score voor vrijwel geen enkel kind in de BRP exact gelijk blijft over de jaren heen, omdat een van de kenmerken in het CBS-model het gemiddelde opleidingsniveau van de moeders op school is.) Bij wijze van benchmark is daarom het gemiddelde en de standaarddeviatie bepaald van het verschil tussen de verwachte Cito-scores in twee jaren (berekend als: de score in het eerste jaar min de score in het tweede jaar) voor kinderen die in beide jaren behoren tot de basisschoolpopulatie en in beide jaren zijn ingeschreven in de BRP. In dit geval zijn beide verwachte Cito-scores bepaald met het CBS-model. Tabel 2 toont de uitkomsten voor een vergelijking tussen 2014 en 2015 en tussen 2014 en 2016. In beide gevallen is het gemiddelde verschil bijna nul en bedraagt de standaarddeviatie iets meer dan 1 Cito-punt. Voor kinderen die in beide jaren voorkomen in de BRP zijn de verwachte Cito-scores dus stabiel in de tijd.

Tabel 2. Verschil tussen verwachte Cito-scores in twee jaren voor leerlingen die in beide jaren voorkomen in de BRP.

vergelijking	aantal leerlingen	gem(verschil)	sd(verschil)
2014–2015	1 244 780	–0,02	1,13
2014–2016	1 047 002	–0,05	1,22

Vervolgens is ook het gemiddelde en de standaarddeviatie bepaald van het verschil tussen de geïmputeerde Cito-score in 2014 en de verwachte Cito-score in 2015 of 2016 voor kinderen die in 2014 niet voorkomen in de BRP maar in 2015 of 2016 wel. Tabel 3 toont de uitkomsten voor methoden 1 tot en met 3.

Allereerst is te zien dat de originele imputatiemethode zoals die is beschreven in het tweede methodologische rapport bij deze kinderen leidt tot een overschatting van de verwachte Cito-score uit het model: de geïmputeerde score uit 2014 ligt gemiddeld meer dan 1 Cito-punt hoger dan de verwachte Cito-score uit 2015 of 2016. Verder is de standaarddeviatie van het verschil veel groter dan in Tabel 2: ongeveer 4 Cito-punten. De geïmputeerde Cito-score in 2014 wijkt dus regelmatig veel af van de later afgeleide verwachte Cito-score uit het reguliere model.

Tabel 3. Verschil tussen geïmputeerde en verwachte Cito-scores in twee jaren voor leerlingen die in 2014 niet in de BRP voorkomen maar in 2015/2016 wel (methoden 1 tot en met 3).

(a: 2014–2015)

methode	selectie	aantal	gem(verschil)	sd(verschil)	
1	origineel	751	1,23	3,98	
2	AZC_L20	totaal	751	0,85	3,97
		AZC/eerste opvang	93	–1,57	2,73
		overig	658	1,19	4,00
3	AZC_Herkomst	totaal	751	1,00	3,93
		AZC/eerste opvang	93	–0,35	3,14
		overig	658	1,19	4,00

(b: 2014–2016)

methode	selectie	aantal	gem(verschil)	sd(verschil)	
1	origineel	567	1,19	4,08	
2	AZC_L20	totaal	567	0,73	4,00
		AZC/eerste opvang	78	–1,32	2,45
		overig	489	1,06	4,11
3	AZC_Herkomst	totaal	567	0,91	3,98
		AZC/eerste opvang	78	–0,03	2,91
		overig	489	1,06	4,11

Bij methoden 2 en 3 wordt onderscheid gemaakt tussen leerlingen op AZC- of eerste opvangscholen en overige leerlingen. Alleen voor de eerste groep geven deze methoden een ander resultaat dan methode 1. Te zien is dat methode 2 bij deze leerlingen vaak leidt tot geïmputeerde scores die te laag zijn: gemiddeld ligt de geïmputeerde score in 2014 ongeveer 1,5 Cito-punt onder de verwachte Cito-score uit 2015 of 2016. Ook methode 3 leidt tot een onderschatting van de Cito-score, althans in 2015. Deze onderschatting compenseert een deel van de overschatting bij de overige leerlingen, zodat methoden 2 en 3 voor alle leerlingen samen iets beter presteren dan methode 1. Bij beide methoden blijft er in zijn totaliteit echter een positieve vertekening aanwezig in de geïmputeerde scores.

Tabel 4 toont uitkomsten voor methoden 1 en 4. Ook hier wordt onderscheid gemaakt tussen twee groepen leerlingen: NOAT 2-leerlingen (voor wie methode 4 afwijkt van methode 1) en NOAT 1-leerlingen (voor wie de twee methoden gelijk zijn). Te zien is dat methode 1 bij beide groepen leerlingen leidt tot geïmputeerde scores die duidelijk te hoog zijn. Bij de NOAT 2-leerlingen geeft methode 4 geïmputeerde scores die gemiddeld vrijwel gelijk zijn aan de later afgeleide verwachte Cito-scores. Uit de standaarddeviaties blijkt wel dat de individuele verschillen vaak een stuk groter zijn dan bij kinderen die in beide jaren voorkomen in de BRP. Voor NOAT 1-leerlingen geeft methode 4, net als de originele methode, geïmputeerde scores met een positieve vertekening van ongeveer 1 Cito-punt.⁹ De individuele verschillen zijn ook voor deze groep leerlingen een stuk groter dan bij kinderen die in beide jaren voorkomen in de BRP. Zij zijn ook iets groter dan bij kinderen die niet in de BRP voorkomen en een NOAT-2 kenmerk hebben.

Tabel 4. Verschil tussen geïmputeerde en verwachte Cito-scores in twee jaren voor leerlingen die in 2014 niet in de BRP voorkomen maar in 2015/2016 wel (methoden 1 en 4).

(a: 2014–2015)

methode	selectie	aantal	gem(verschil)	sd(verschil)
1 origineel	totaal	751	1,23	3,98
	NOAT = 2	435	1,36	3,91
	NOAT = 1	316	1,06	4,08
4 NOAT	totaal	751	0,49	3,78
	NOAT = 2	435	0,07	3,50
	NOAT = 1	316	1,06	4,08

(b: 2014–2016)

methode	selectie	aantal	gem(verschil)	sd(verschil)
1 origineel	totaal	567	1,19	4,08
	NOAT = 2	349	1,25	3,92
	NOAT = 1	218	1,08	4,34
4 NOAT	totaal	567	0,40	3,89
	NOAT = 2	349	-0,02	3,52
	NOAT = 1	218	1,08	4,34

De resultaten uit Tabel 3 en Tabel 4 hebben alleen betrekking op de kinderen die in 2014 niet voorkomen in de BRP maar in 2015 of 2016 wel. Het is onbekend in hoeverre deze resultaten representatief zijn voor alle kinderen die niet voorkomen in de BRP in 2014. Echter, voor de kinderen

⁹ Er is ook een variant van methode 4 onderzocht waarbij NOAT 1-leerlingen worden geïmputeerd met de scores van andere NOAT 1-leerlingen op dezelfde school/gemeente. Bij deze variant is de vertekening voor NOAT 1-leerlingen iets kleiner dan bij methode 1 maar nog altijd substantieel: gemiddeld ongeveer 0,8 Cito-punt. De toegevoegde waarde is dus gering.

die ook in latere jaren niet voorkomen in de BRP kan de kwaliteit van de geïmputeerde Cito-scores niet worden vastgesteld.

Met deze kanttekening is de conclusie dat van de onderzochte imputatiemethoden methode 4, die gebruikmaakt van het NOAT-kenmerk, de beste resultaten lijkt te geven. Voor NOAT 2-leerlingen die niet voorkomen in de BRP leidt deze methode tot scores die gemiddeld genomen nagenoeg geen vertekening bevatten. In de geïmputeerde scores voor NOAT 1-leerlingen zit nog wel een vertekening. Afgaande op Tabel 4 bedraagt deze vertekening ongeveer 1,07 Cito-punt (gemiddeld over de leerlingen die teruggevonden zijn in de BRP in 2015 en 2016).

4. Betrouwbaarheid

Op basis van de resultaten uit paragraaf 3 is in overleg met OCW besloten om de ontbrekende verwachte Cito-scores voor leerlingen die niet voorkomen in de BRP in het vervolg bij te schatten met methode 4. Bij leerlingen die niet vallen onder de NOAT-regeling worden de gevonden imputaties bovendien verlaagd met 1,07, om te corrigeren voor de vastgestelde vertekening. De vraag is nu of de bijschatting voor niet in de BRP ingeschreven leerlingen hiermee voldoende is verbeterd. In deze paragraaf wordt geprobeerd deze vraag te beantwoorden.

Voor verder gebruik binnen de toekomstige regeling worden de verwachte Cito-scores geaggregeerd tot een score per school. In dit rapport gaan we uit van de aggregatieformule die is gegeven aan het begin van paragraaf 2. Onder de nieuwe imputatiemethode is de schoolscore niet meer systematisch te laag bij scholen met veel leerlingen die niet voorkomen in de BRP. Echter, de onzekerheid in de individuele verwachte Cito-score is bij leerlingen die niet voorkomen in de BRP veel groter dan bij leerlingen die wel voorkomen in de BRP, zoals blijkt uit de standaarddeviaties in Tabel 2 en Tabel 4. Voor scholen met relatief veel leerlingen die niet in de BRP zijn ingeschreven vertaalt dit zich in een grotere onzekerheid in de berekende schoolscore: door toevallige fluctuaties bij het imputeren van de leerlingen die niet in de BRP voorkomen zou de gevonden score relatief veel kunnen afwijken van de 'werkelijke' schoolscore. Ook zou de berekende score van jaar tot jaar relatief veel kunnen variëren voor deze scholen. Het gebruik van de schoolscores bij deze scholen zou daarom nog steeds problematisch kunnen zijn.

Om een indruk te krijgen van de omvang van dit probleem, kan een gedachte-experiment worden gedaan: stel dat de verwachte Cito-scores en bijbehorende schoolscores herhaaldelijk berekend zouden worden uit dezelfde gegevens voor dezelfde leerlingpopulatie, waarbij alle ontbrekende waarden steeds opnieuw geïmputeerd worden, onafhankelijk van de vorige herhalingen. In het ideale geval zou dit een rij identieke schoolscores opleveren, zonder enige variatie. In de praktijk zijn de schoolscores echter niet gelijk, omdat de onderliggende verwachte Cito-scores van de leerlingen variëren. Voor kinderen die voorkomen in de BRP is soms het opleidingsniveau van de ouders geïmputeerd (zie het eerste methodologische rapport). Voor kinderen die niet voorkomen in de BRP is de verwachte Cito-score zelf geïmputeerd. Het is daarom interessant om na te gaan hoe groot de spreiding is in de scores die op deze manier worden gevonden per school. Deze spreiding kan worden uitgedrukt in een variantie of, daarvan afgeleid, een standaarddeviatie. Hoe kleiner de standaarddeviatie, des te betrouwbaarder is de schoolscore. Het ligt voor de hand dat de standaarddeviatie groter zal zijn voor scholen met relatief veel leerlingen die niet voorkomen in de BRP dan voor scholen met relatief weinig van zulke leerlingen, maar de vraag is: hoeveel groter?

Omdat zowel de schoolscore zelf als zijn variantie afhangen van het aantal leerlingen (zeg: n) op een school, is het inzichtelijker om de gemiddelde schoolscore per leerling te bekijken: $\bar{S} = S/n$. In Bijlage 1 wordt, onder enkele vereenvoudigende aannames, de volgende formule afgeleid voor de standaarddeviatie van \bar{S} voor een school met n leerlingen waarvan er $Q \times 100\%$ niet voorkomen in de BRP (met $0 \leq Q \leq 1$):

$$sd(\bar{S}) = \sqrt{\frac{0,27 + 2,27Q}{2n}}.$$

Uit deze formule blijkt direct dat de onzekerheid in de gemiddelde schoolscore per leerling inderdaad toeneemt met het percentage leerlingen dat niet ingeschreven is in de BRP. Voor een school met uitsluitend leerlingen die voorkomen in de BRP ($Q = 0$) geldt: $sd(\bar{S}) = \sqrt{0,27/(2n)}$.

Voor een school met uitsluitend leerlingen die niet voorkomen in de BRP ($Q = 1$) zou gelden: $sd(\bar{S}) = \sqrt{2,54/(2n)}$. Verder blijkt dat, bij een gelijkblijvend percentage leerlingen dat niet voorkomt in de BRP, de standaarddeviatie afneemt met het aantal leerlingen n en dus kleiner is voor grotere scholen. De onzekerheid in de schoolscore als gevolg van leerlingen die niet zijn ingeschreven in de BRP is dus een groter probleem naarmate een school minder leerlingen heeft.

Een soortgelijke afhankelijkheid van het aantal leerlingen is eerder gevonden bij het imputeren van ontbrekende opleidingsniveaus bij ouders van kinderen die wel zijn ingeschreven in de BRP (zie het eerste methodologische rapport). Er is toen besloten om de schoolscores alleen te gebruiken voor scholen met $n \geq 41$ leerlingen. Voor dergelijke scholen met leerlingen die allen voorkomen in de BRP geldt: $se(\bar{S}) \leq \sqrt{0,27/82} \approx 0,06$.¹⁰ Ter vergelijking toont Tabel 5 de verdeling van de gemiddelde schoolscores die berekend zijn voor 2014. In de praktijk is de gewichtenregeling voornamelijk relevant voor scholen met een score die in de bovenste helft van deze verdeling valt (dat wil zeggen: vanaf de mediaan en hoger), omdat daar de verwachte achterstanden het grootst zijn. Voor deze scholen komt een standaarddeviatie van maximaal 0,06 neer op een relatieve standaarddeviatie rond de berekende score van minder dan $0,06/0,20 = 30\%$.

Tabel 5. Verdeling van de gemiddelde schoolscore per leerling voor de leerlingtelling van 1-10-2014.

minimum	1 ^e kwartiel	mediaan	3 ^e kwartiel	maximum
0,00	0,10	0,20	0,42	2,82

In theorie zou de standaarddeviatie aanzienlijk groter kunnen zijn voor scholen met leerlingen die niet voorkomen in de BRP. Voor scholen met $n \geq 41$ leerlingen geldt als theoretische bovengrens: $sd(\bar{S}) \leq \sqrt{2,54/82} \approx 0,18$. Deze grens is ongeveer drie keer zo groot als voor een school waarvan alle leerlingen voorkomen in de BRP. Voor een school met een berekende score rond de mediaan van de verdeling in Tabel 5 zou dit neerkomen op een relatieve standaarddeviatie van ongeveer 90%.

In de praktijk zou deze bovengrens echter alleen gehaald worden door een school met precies $n = 41$ leerlingen die allen niet voorkomen in de BRP ($Q = 1$). Een dergelijke school blijkt in werkelijkheid niet te bestaan. De meest 'ongunstige' combinatie van $n \geq 41$ en Q die is gevonden in het bestand van 2014 betreft een school met $n = 77$ leerlingen van wie er 33 niet voorkomen in de BRP ($Q = 0,4286$). Voor deze school geldt: $sd(\bar{S}) \approx 0,09$, terwijl $\bar{S} \approx 1,88$. Voor alle andere scholen met meer dan 40 leerlingen in 2014 is de berekende standaarddeviatie lager. De uitkomsten voor de bestanden van 2015 en 2016 zijn vergelijkbaar.

Een standaarddeviatie van maximaal 0,09 (en meestal veel minder) rond de gemiddelde schoolscore per leerling lijkt niet bezwaarlijk; deze standaarddeviatie is in absolute zin niet veel groter dan bij scholen met uitsluitend leerlingen die voorkomen in de BRP (maximaal 0,06). De conclusie is daarom dat de nieuwe imputatiemethode voor kinderen die niet voorkomen in de BRP – inclusief een correctie voor vertekening bij NOAT 1-kinderen – naar verwachting leidt tot voldoende betrouwbare uitkomsten voor scholen met meer dan 40 leerlingen, ook als deze scholen relatief veel leerlingen hebben die niet voorkomen in de BRP. Deze conclusie is gebaseerd op de aanname dat er geen school bestaat met een veel 'ongunstigere' combinatie van $n \geq 41$ en Q dan nu is aangetroffen in de bestanden voor 2014, 2015 en 2016. Het is daarom belangrijk om in de toekomst te controleren of deze aanname geldig blijft.

¹⁰ Onder de aanname dat de gemiddelde schoolscore onder herhaalde berekening normaal verdeeld is – wat voor scholen met voldoende leerlingen bij benadering het geval zal zijn – betekent een standaarddeviatie van 0,06 dat een berekende gemiddelde score voor een school in ongeveer 68% van de gevallen minder dan 0,06 boven of onder de werkelijke score ligt en in ongeveer 95% van de gevallen minder dan 0,12 boven of onder de werkelijke score.

5. Conclusie

Ten behoeve van een nieuwe opzet van de zogenaamde gewichtenregeling voor het bestrijden van onderwijsachterstanden heeft het CBS in opdracht van OCW eerder een model ontwikkeld om voor intelligentie gecorrigeerde verwachte Cito-scores te bepalen voor leerlingen in het primair onderwijs. Dit model kan alleen worden toegepast op leerlingen die zijn ingeschreven in de BRP. Voor leerlingen die niet zijn ingeschreven in de BRP moeten de verwachte Cito-scores worden geïmputeerd (bijgeschat). In totaal betreft dit maximaal 0,5% van de leerlingen in het basisonderwijs. Op sommige scholen komen echter relatief veel van zulke leerlingen voor.

In dit rapport zijn vier “random hot deck”-imputatiemethoden beschreven om de ontbrekende verwachte Cito-scores te imputeren bij leerlingen die niet voorkomen in de BRP. Hierbij worden leerlingen zonder verwachte Cito-score gekoppeld aan “soortgelijke” leerlingen die wel voorkomen in de BRP. De methoden verschillen in het type achtergrondinformatie dat wordt gebruikt om “soortgelijke” leerlingen te vinden. Bij alle methoden zijn leerlingen, indien mogelijk, gekoppeld aan andere leerlingen op dezelfde basisschool.

De nauwkeurigheid van de geïmputeerde scores is vastgesteld door deze, waar mogelijk, te vergelijken met verwachte Cito-scores die met het reguliere model zijn bepaald voor leerlingen die één of twee jaar later alsnog zijn ingeschreven in de BRP. De beste resultaten lijken te worden behaald met methode 4. Hierbij worden leerlingen die vallen onder de zogenaamde NOAT-regeling geïmputeerd met de verwachte Cito-score van een andere leerling op dezelfde school die ook valt onder de NOAT-regeling. Voor deze leerlingen blijkt de geïmputeerde score gemiddeld vrijwel gelijk te zijn aan de verwachte Cito-score uit het reguliere model. Leerlingen die niet onder de NOAT-regeling vallen worden bij deze methode geïmputeerd met de verwachte Cito-score van een willekeurige andere leerling op dezelfde school. Voor deze leerlingen zijn de geïmputeerde scores gemiddeld te hoog. Afgaande op de resultaten van dit onderzoek bedraagt de vertekening bij deze leerlingen ongeveer 1,07 Cito-punt.

In overleg met OCW is besloten om de ontbrekende verwachte Cito-scores voor leerlingen die niet voorkomen in de BRP in het vervolg bij te schatten met methode 4. Bij leerlingen die niet vallen onder de NOAT-regeling worden de gevonden imputaties verlaagd met 1,07.

Voor verder gebruik binnen de toekomstige gewichtenregeling worden de verwachte Cito-scores geaggregeerd tot een score per school. Eerder is geadviseerd om deze schoolscores niet te gebruiken voor scholen met een substantieel aantal (10 of meer) én aandeel (5% of meer) leerlingen die niet in de BRP voorkomen, vanwege het risico op onderschatting van de werkelijke scores bij deze scholen. Onder de nieuwe imputatiemethode zijn de scores van deze scholen niet meer systematisch te laag. Wel is de onzekerheid (variantie) in de schoolscores bij deze scholen nog altijd relatief groot. Uit paragraaf 4 blijkt dat deze onzekerheid in de praktijk geen probleem hoeft te zijn, althans niet voor de combinaties van aantallen leerlingen en percentages niet in de BRP ingeschreven leerlingen per school die in 2014–2016 voorkomen. De beperking op het gebruik van de schoolscores voor scholen met veel leerlingen die niet voorkomen in de BRP kan daarom komen te vervallen. Wel is het verstandig om alert te blijven op de mogelijk lagere betrouwbaarheid van de uitkomsten voor deze scholen. In het bijzonder moet in de toekomst worden gecontroleerd of er geen scholen ontstaan met een veel groter percentage niet in de BRP ingeschreven leerlingen dan hier is voorzien. Het eerdere advies om de scores bij voorkeur niet te gebruiken bij scholen met 40 leerlingen of minder blijft wel van kracht.

Bijlage 1. Afleiding variantie gemiddelde schoolscore

In deze bijlage wordt de formule voor $\text{sd}(\bar{S})$ uit paragraaf 4 afgeleid.

Stel dat de score S voor een bepaalde school twee keer onafhankelijk zou worden berekend zoals beschreven in paragraaf 4, met als resultaat de scores S_1 en S_2 . Omdat de scores onafhankelijk van elkaar zijn, geldt voor de variantie van het verschil $S_2 - S_1$:

$$\text{var}(S_2 - S_1) = \text{var}(S_1) + \text{var}(S_2) = 2 \text{var}(S).$$

Dat wil zeggen:

$$\text{var}(S) = \frac{\text{var}(S_2 - S_1)}{2}.$$

Een formule voor $\text{var}(S)$ kan daarom worden afgeleid uit een formule voor $\text{var}(S_2 - S_1)$.

De twee schoolscores S_1 en S_2 zijn gebaseerd op onafhankelijk van elkaar berekende individuele verwachte Cito-scores. Noteer deze verwachte Cito-scores voor leerling i als y_{i1} en y_{i2} . Volgens de formule voor de schoolscore uit paragraaf 2 is het verschil $S_2 - S_1$ voor een school met leerlingen $i = 1, \dots, n$ dan te schrijven als:

$$S_2 - S_1 = \sum_{i=1}^n [\max\{0, (q_{20\%} - y_{i2})\} - \max\{0, (q_{20\%} - y_{i1})\}] \equiv \sum_{i=1}^n z_i.$$

Beschouw eerst de situatie dat een school uitsluitend leerlingen heeft die zijn ingeschreven in de BRP. Op basis van hun verwachte Cito-scores y_{i1} en y_{i2} kunnen deze leerlingen worden verdeeld in vier groepen, elk met een eigen bijdrage z_i aan het verschil $S_2 - S_1$:

	$y_{i2} \geq q_{20\%}$	$y_{i2} < q_{20\%}$
$y_{i1} \geq q_{20\%}$	groep A bijdrage: $z_i = 0$	groep B bijdrage: $z_i = q_{20\%} - y_{i2}$
$y_{i1} < q_{20\%}$	groep C bijdrage: $z_i = y_{i1} - q_{20\%}$	groep D bijdrage: $z_i = y_{i1} - y_{i2}$

Voor leerlingen in groep A vallen beide realisaties van de verwachte Cito-score boven het 20^{ste} percentiel van de verdeling. De bijdragen van deze leerlingen aan S_1 en S_2 zijn beide gelijk aan nul.

Voor leerlingen in groep B en C valt een van beide verwachte Cito-scores onder het 20^{ste} percentiel en de andere erboven. De bijdrage aan het verschil $S_2 - S_1$ is daarom $z_i = q_{20\%} - y_{i2}$ (groep B) of $z_i = y_{i1} - q_{20\%}$ (groep C). In de onderstaande afleiding is voor deze leerlingen relevant wat de gemiddelde waarde van deze bijdrage is en wat de variantie daaromheen is. Definieer:

$$\begin{aligned} \mu_{BC} &= E(q_{20\%} - y_{i2} | i \in B) = -E(y_{i1} - q_{20\%} | i \in C) \\ \omega_{BC}^2 &= \text{var}(q_{20\%} - y_{i2} | i \in B) = \text{var}(y_{i1} - q_{20\%} | i \in C). \end{aligned}$$

Ter vereenvoudiging is hierbij aangenomen dat alle leerlingen in groep B (en C) dezelfde verwachting en dezelfde variantie hebben. De gelijkheden $E(q_{20\%} - y_{i2} | i \in B) = -E(y_{i1} - q_{20\%} | i \in C)$ en $\text{var}(q_{20\%} - y_{i2} | i \in B) = \text{var}(y_{i1} - q_{20\%} | i \in C)$ volgen uit symmetrie-overwegingen, aangezien beide scores y_{i1} en y_{i2} afkomstig zijn uit dezelfde verdeling.

Voor leerlingen in groep D vallen beide verwachte Cito-scores onder het 20^{ste} percentiel. De bijdrage aan het verschil $S_2 - S_1$ is $z_i = y_{i1} - y_{i2}$. In verwachting is dit verschil gelijk aan nul. Voor de variantie van het verschil wordt de volgende parameter ingevoerd:

$$\sigma_D^2 = \text{var}(y_{i1} - y_{i2} | i \in D).$$

Ook hier is de vereenvoudigende aanname gemaakt dat deze variantie voor alle leerlingen in groep D gelijk is. Definieer ten slotte de kans dat een willekeurige leerling in groep X valt als p_X (met $X = A, B, C, D$).

De verwachte Cito-scores zijn bij benadering onafhankelijk tussen verschillende leerlingen. (De gebruikte imputatiemethoden introduceren enige afhankelijkheid tussen de scores, maar deze kan worden verwaarloosd.) Onder de aanname dat de verwachte Cito-scores onafhankelijk zijn tussen de leerlingen kan de volgende variantieformule worden afgeleid:

$$\begin{aligned} \text{var}(S_2 - S_1) &= \sum_{i=1}^n \text{var}(z_i) \\ &= \sum_{i=1}^n \{E[\text{var}(z_i | i \in X)] + \text{var}[E(z_i | i \in X)]\} \\ &= E\left(\sum_{i \in A} 0 + \sum_{i \in B} \omega_{BC}^2 + \sum_{i \in C} \omega_{BC}^2 + \sum_{i \in D} \sigma_D^2\right) + \text{var}\left(\sum_{i \in A} 0 + \sum_{i \in B} \mu_{BC} - \sum_{i \in C} \mu_{BC} + \sum_{i \in D} 0\right) \\ &= n(p_B + p_C)\omega_{BC}^2 + np_D\sigma_D^2 + \mu_{BC}^2 \left\{ \text{var}\left(\sum_{i \in B} 1\right) + \text{var}\left(\sum_{i \in C} 1\right) - 2 \text{cov}\left(\sum_{i \in B} 1, \sum_{i \in C} 1\right) \right\} \\ &= n(p_B + p_C)\omega_{BC}^2 + np_D\sigma_D^2 + n\mu_{BC}^2 [p_B(1 - p_B) + p_C(1 - p_C) - 2p_B p_C] \\ &= n\{(p_B + p_C)\omega_{BC}^2 + p_D\sigma_D^2 + [p_B + p_C - (p_B + p_C)^2]\mu_{BC}^2\}. \end{aligned}$$

In de tweede regel is een standaard-variantiedecompositie gebruikt, waarbij in de binnenste variantie en verwachting is geconditioneerd op de groep (A, B, C of D) waarin leerling i valt.

Stel nu dat van de n leerlingen op de school er Qn zijn die niet voorkomen in de BRP en $(1 - Q)n$ die wel voorkomen in de BRP, met $0 \leq Q \leq 1$. De leerlingen die niet voorkomen in de BRP hebben geïmputeerde scores (zeg: \tilde{y}_{i1} en \tilde{y}_{i2}), met mogelijk andere eigenschappen dan 'normale' verwachte Cito-scores. Daarom moeten aparte parameters worden ingevoerd voor leerlingen die niet voorkomen in de BRP. De kans dat een dergelijke leerling in groep X valt wordt genoteerd als \tilde{p}_X ($X = A, B, C, D$). Definieer verder:

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{BC} &= E(q_{20\%} - \tilde{y}_{i2} | i \in B) = -E(\tilde{y}_{i1} - q_{20\%} | i \in C), \\ \tilde{\omega}_{BC}^2 &= \text{var}(q_{20\%} - \tilde{y}_{i2} | i \in B) = \text{var}(\tilde{y}_{i1} - q_{20\%} | i \in C), \\ \tilde{\sigma}_D^2 &= \text{var}(\tilde{y}_{i1} - \tilde{y}_{i2} | i \in D). \end{aligned}$$

Voor de variantieparameters geldt naar verwachting: $\tilde{\sigma}_D^2 > \sigma_D^2$ en $\tilde{\omega}_{BC}^2 > \omega_{BC}^2$. Verder ligt het voor de hand dat $\tilde{\mu}_{BC} > \mu_{BC}$ aangezien leerlingen die niet voorkomen in de BRP gemiddeld lagere Cito-scores hebben dan leerlingen die wel voorkomen in de BRP.

Op dezelfde manier als boven kan voor de variantie van $S_2 - S_1$ bij een school met Qn leerlingen die niet voorkomen in de BRP en $(1 - Q)n$ leerlingen die wel voorkomen in de BRP worden afgeleid dat:

$$\begin{aligned} \text{var}(S_2 - S_1) &= (1 - Q)n\{(p_B + p_C)\omega_{BC}^2 + p_D\sigma_D^2 + [p_B + p_C - (p_B + p_C)^2]\mu_{BC}^2\} \\ &\quad + Qn\{(\tilde{p}_B + \tilde{p}_C)\tilde{\omega}_{BC}^2 + \tilde{p}_D\tilde{\sigma}_D^2 + [\tilde{p}_B + \tilde{p}_C - (\tilde{p}_B + \tilde{p}_C)^2]\tilde{\mu}_{BC}^2\}. \end{aligned}$$

Definieer:

$$K = (p_B + p_C)\omega_{BC}^2 + p_D\sigma_D^2 + [p_B + p_C - (p_B + p_C)^2]\mu_{BC}^2,$$

$$\tilde{K} = (\tilde{p}_B + \tilde{p}_C)\tilde{\omega}_{BC}^2 + \tilde{p}_D\tilde{\sigma}_D^2 + [\tilde{p}_B + \tilde{p}_C - (\tilde{p}_B + \tilde{p}_C)^2]\tilde{\mu}_{BC}^2.$$

Uit het eerdergenoemde verband tussen $\text{var}(S_2 - S_1)$ en $\text{var}(S)$ volgt:

$$\text{var}(S) = \frac{(1 - Q)nK + Qn\tilde{K}}{2}.$$

Voor de gemiddelde schoolscore per leerling $\bar{S} = S/n$ geldt daarom:

$$\text{var}(\bar{S}) = \frac{\text{var}(S)}{n^2} = \frac{(1 - Q)K + Q\tilde{K}}{2n} = \frac{K + (\tilde{K} - K)Q}{2n}.$$

De constanten K en \tilde{K} in deze formule zouden kunnen worden geschat door daadwerkelijk onafhankelijk herhaalde verwachte Cito-scores te berekenen. Om een indruk te krijgen van de orde van grootte van de variantie is hier gekozen voor een eenvoudigere aanpak, waarbij gebruik is gemaakt van de eerder berekende verwachte Cito-scores uit de bestanden voor 2014 en 2015. De scores voor 2015 gelden hierbij als proxy voor een herhaalde berekening van de scores voor 2014. Voor het schatten van de parameters zonder tildes is gebruikgemaakt van de verwachte Cito-scores voor de 1.244.780 leerlingen die in beide jaren in de BRP voorkomen. Voor het schatten van de parameters met tildes is gebruikgemaakt van de geïmputeerde verwachte Cito-scores voor de 3074 leerlingen die in beide jaren niet in de BRP voorkomen.

Helemaal zuiver is dit niet, omdat een deel van de verschillen tussen de berekende scores in 2014 en 2015 worden veroorzaakt door werkelijke veranderingen in de kenmerken van de leerlingen. Maar dit geeft wel een indruk van de orde van grootte van de parameters. Voor zover de verschillen tussen 2014 en 2015 worden veroorzaakt door werkelijke veranderingen in de kenmerken van de leerlingen, leidt dit tot een overschatting van de variantie σ_D^2 en de kansen p_B en p_C . Dit leidt dan hoogstwaarschijnlijk tot een schatting van de variantie van de schoolscore die iets te hoog is. Aangezien hier in de eerste plaats wordt onderzocht of de varianties niet te hoog zijn, hoeft een dergelijke variantieschatting niet bezwaarlijk te zijn.

Tabel 6 toont de geschatte parameterwaarden. Deze voldoen aan het verwachte patroon: de variantieparameters zijn hoger voor leerlingen die niet voorkomen in de BRP en bij deze leerlingen zijn de groepen B en C ook beter gevuld terwijl groep A juist kleiner is. Invullen van de gevonden waarden in de formules voor K en \tilde{K} levert de schattingen $K = 0,27$ en $\tilde{K} = 2,54$ op. De formule voor de standaarddeviatie van \bar{S} die in paragraaf 4 is gebruikt wordt verkregen door deze schattingen in te vullen in de bovenstaande formule voor $\text{var}(\bar{S})$.

Tabel 6. Geschatte parameterwaarden op basis van berekende scores in 2014 en 2015.

leerlingen in de BRP		leerlingen niet in de BRP	
p_A	0,77	\tilde{p}_A	0,40
p_B	0,03	\tilde{p}_B	0,20
p_C	0,03	\tilde{p}_C	0,19
p_D	0,17	\tilde{p}_D	0,21
ω_{BC}^2	1,01	$\tilde{\omega}_{BC}^2$	2,05
σ_D^2	0,86	$\tilde{\sigma}_D^2$	4,09
μ_{BC}	0,99	$\tilde{\mu}_{BC}$	1,91

Verklaring van tekens

Niets (blanco)	Een cijfer kan op logische gronden niet voorkomen
.	Het cijfer is onbekend, onvoldoende betrouwbaar of geheim
*	Voorlopige cijfers
**	Nader voorlopige cijfers
2016–2017	2016 tot en met 2017
2016/2017	Het gemiddelde over de jaren 2016 tot en met 2017
2016/'17	Oogstjaar, boekjaar, schooljaar enz., beginnend in 2016 en eindigend in 2017
2014/'15–2016/'17	Oogstjaar, boekjaar, enz., 2014/'15 tot en met 2016/'17

In geval van afronding kan het voorkomen dat het weergegeven totaal niet overeenstemt met de som van de getallen.

Colofon

Uitgever
Centraal Bureau voor de Statistiek
Henri Faasdreef 312, 2492 JP Den Haag
www.cbs.nl

Prepress
CCN Creatie, Den Haag

Ontwerp
Edenspiekermann

Inlichtingen
Tel. 088 570 7070
Via contactformulier: www.cbs.nl/infoservice

© Centraal Bureau voor de Statistiek, Den Haag/Heerlen/Bonaire, 2017.
Verveelvoudigen is toegestaan, mits het CBS als bron wordt vermeld.